

Progetto - Projet

GEREMIA - Gestione dei reflui per il miglioramento delle acque portuali



PRODOTTO T2.3.1: Rapporto sull'applicabilità e validità dei modelli numerici

LIVRABLE T2.3.1: Rapport sur l'applicabilité et la validité des modèles numériques

Partner responsabile - Partenaire responsable : Università di Genova

Partner contributori - Partenaires contributeurs : Université de Toulon, Istituto per lo studio degli impatti Antropici e Sostenibilità in ambiente marino, IAS-CNR

Nome del prodotto	Redatto da:	Verificato da:	Validato da:
T2.3.1: Rapporto sull'applicabilità e validità dei modelli numerici	Francesco Enrile, Stefano Putzu, Andrea Cucco, Yann Ourmieres	Alessandro Stocchino, Andrea Cucco	Alessandro Stocchino
Data :	10/01/2019	19/02/2019	25/02/2019

Descrizione del Prodotto:

Il presente prodotto descrive le metodologie di modellistica numerica che verranno adottate durante il progetto per la descrizione dei processi di dispersione di inquinanti. In particolare, si descrivono le principali caratteristiche delle suite di calcolo che saranno alla base della predisposizione del Decision Support System specificatamente disegnato per i siti pilota.

Description du livrable:

Ce produit décrit les méthodologies de modélisation numérique qui seront adoptées au cours du projet pour la description des processus de dispersion des polluants. En particulier, il décrit les principales caractéristiques des suites de calcul qui serviront de base à la préparation du système d'aide à la décision spécialement conçu pour les sites pilotes.

Sintesi

Lo scopo della modellistica è la previsione del comportamento di un sistema fisico sottoposto ad un cambiamento a partire dalle sue condizioni iniziali. L'obiettivo è quello di esaminare un sistema che viene sollecitato da azioni esterne al fine di valutare l'evoluzione del sistema stesso. A causa della loro complessità, gli studi legati alla meccanica dei fluidi ambientale sono stati tradizionalmente condotti con modelli fisici. I modelli fisici sono solitamente dei modelli che riproducono a scala più piccola, utilizzando le leggi di similitudine, il sistema reale da analizzare. Tuttavia, oggi, i modelli numerici guadagnano terreno soprattutto grazie alla crescente potenza di calcolo e al loro basso costo. I modelli numerici sono ormai in grado di descrivere accuratamente flussi turbolenti sia in campo ambientale che industriale. Comunque, l'applicazione dei modelli numerici nasconde molte insidie e il risultato finale potrebbe differire notevolmente dalla realtà se non si è consapevoli dei limiti e delle incertezze legate, per esempio, alla scelta dei parametri propri di ogni modello.

L'analisi dei punti di forza e debolezza dei modelli numerici è un prezioso strumento per avere una adeguata consapevolezza dello strumento in esame. Nel presente rapporto si prenderanno in considerazione alcune tra le suite di calcolo ad oggi più diffuse. I risultati di casi test guideranno quindi la decisione dei modelli che verranno utilizzati per le azioni di progetto.

Synthèse

L'objectif de la modélisation est de prédire le comportement d'un système physique qui subit un changement par rapport à ses conditions initiales. L'objectif est d'examiner un système qui est sollicité par des actions extérieures afin d'évaluer l'évolution du système lui-même.

En raison de leur complexité, les études liées à la mécanique des fluides environnementaux ont traditionnellement été menées avec des modèles physiques. Les modèles physiques sont généralement des modèles qui reproduisent à plus petite échelle, en utilisant les lois de similitude, le système réel à analyser.

Cependant, aujourd'hui, les modèles numériques gagnent du terrain principalement en raison de la puissance de calcul croissante et de leur faible coût. Les modèles numériques sont maintenant en mesure de décrire avec précision les débits turbulents dans les domaines environnemental et industriel. Cependant, l'application de modèles numériques cache de nombreux pièges et le résultat final pourrait être très différent de la réalité si vous ne connaissez pas les limites et les incertitudes liées, par exemple, au choix des paramètres spécifiques à chaque modèle.

L'analyse des forces et faiblesses des modèles numériques est un outil précieux pour avoir une connaissance adéquate de l'instrument à l'étude. Dans le présent rapport, nous examinerons certaines des suites de calcul les plus utilisées à ce jour. Les résultats des cas de test guideront ensuite la décision des modèles qui seront utilisés pour les actions du projet.

Indice

1. Introduzione.....	1
2. Punti di forza e debolezza dei modelli numerici.....	1
3. Modelli Comunemente Usati	2
3.1 Solutori Navier-Sokes (CFD)	2
3.2 Modelli Idrostatici	3
3.3 Modelli a Potenziale	4
3.4 Shallow Water Equations	4
3.5 Boussinesq.....	5
3.6 Modelli Spettrali.....	5
4. Modelli open source usati in campo costiero	8
4.1. ROMS.....	8
4.1.1. Equazioni di Governo	8
4.1.2. Condizioni al contorno	10
4.1.3. Griglia Computazionale	12
4.1.4. Schema numerico	13
4.1.5. Moduli Water Quality	13
4.2. DELFT3D	15
4.2.1. Panoramica del modello.....	15
4.2.2. Le equazioni di governo.....	15
4.2.3. Condizioni al contorno	16
4.2.4. Griglia computazionale	16
4.2.5. Schema numerico	17
4.2.6. I moduli di water quality.....	17
4.3. Open-Telemac.....	18
4.3.1. Panoramica del modello.....	18
4.3.2. TELEMAC-2D	18

4.3.3.	TELEMAC-3D	19
4.3.4.	Equazioni di governo	20
4.3.5.	TELEMAC-2D	20
4.3.6.	TELEMAC-3D	21
4.3.6.1.	Equazioni con l'ipotesi di pressione idrostatica	22
4.3.6.2.	Equazioni di Navier-Stokes non idrostatiche	24
4.3.7.	Modello di turbolenza $k - \epsilon$	25
4.3.8.	Equazioni dei traccianti	25
4.3.9.	Condizioni al contorno	26
4.3.10.	Griglia computazionale	27
4.3.11.	Schema numerico	27
4.3.11.1.	Modulo di Water quality	33
4.4.	NEMO	35
4.4.1.	Equazioni di Governo	35
4.4.2.	Condizioni al contorno	38
4.4.3.	Griglia Computazionale	40
4.4.4.	Schema numerico	42
4.4.5.	Moduli Water Quality	43
4.5.	SHYFEM	44
4.5.1.	Il modello idrodinamico	44
4.5.1.1.	Condizioni al contorno	45
4.5.1.2.	Metodo numerico	46
4.5.2.	Moduli numerici accoppiati	46
4.5.2.1.	Il modello d'onda	47
4.5.2.2.	Modello di trasporto Euleriano	48
4.5.2.3.	Modello di trasporto Lagrangiano	49
5.	Caso studio	51
5.1.	TELEMAC-3D	51
5.2.	ROMS & DELFT3D	60

5.3. Conclusioni	76
6. Applicabilità di Delft3D per il <i>forecast</i> in aree portuali	77
7. Applicabilità di NEMO e CMS nell'area portuale di Tolone	82
8. Applicabilità di SHYFEM nell'area portuale di Olbia	83
Bibliografia.....	86

1. Introduzione

Lo scopo della modellistica è la previsione del comportamento di un sistema fisico sottoposto ad un cambiamento a partire dalle sue condizioni iniziali. L'obiettivo è quello di esaminare un sistema che viene sollecitato da azioni esterne al fine di valutare l'evoluzione del sistema stesso.

A causa della loro complessità, gli studi legati alla meccanica dei fluidi ambientale sono stati tradizionalmente condotti con modelli fisici. I modelli fisici sono solitamente dei modelli che riproducono a scala più piccola, utilizzando le leggi di similitudine, il sistema reale da analizzare.

Tuttavia, oggi, i modelli numerici guadagnano terreno soprattutto grazie alla crescente potenza di calcolo e al loro basso costo. I modelli numerici sono ormai in grado di descrivere accuratamente flussi turbolenti sia in campo ambientale che industriale. Comunque, l'applicazione dei modelli numerici nasconde molte insidie e il risultato finale potrebbe differire notevolmente dalla realtà se non si è consapevoli dei limiti e delle incertezze legate, per esempio, alla scelta dei parametri propri di ogni modello.

L'analisi dei punti di forza e debolezza dei modelli numerici è un prezioso strumento per avere una adeguata consapevolezza dello strumento in esame.

2. Punti di forza e debolezza dei modelli numerici

Al giorno d'oggi la maggior parte dei modelli e dei codici numerici sono stati validati per i casi più comuni dei moti a superficie libera. È presente un'ampia documentazione che testimonia il fatto che i modelli numerici possano rappresentare adeguatamente molti processi fisici nel campo della meccanica dei fluidi ambientale.

I vantaggi della modellistica numerica sono il basso costo rispetto alla modellistica fisica e la quantità di possibili diverse configurazioni e opzioni che è possibile approntare senza costi aggiuntivi. Inoltre, vi è la possibilità di ripetere la simulazione anche parecchio tempo dopo la prima analisi.

La modellistica numerica può anche mitigare, sebbene solo parzialmente, due dei maggiori punti deboli della modellistica fisica: la misura dei dati sperimentali e gli effetti di scala.

Nei modelli numerici, dati di ogni tipo, come ad esempio velocità, pressione, elevazione superficiale, energia cinetica turbolenta, ecc., possono essere estratti da qualsiasi punto e istante della simulazione e, naturalmente, le sonde "virtuali" non interferiscono con la soluzione del problema. Per quanto riguarda gli effetti di scala, i modelli numerici possono essere utilizzati per l'esecuzione di modelli in scala reale.

Al contrario, esistono anche forti limitazioni nell'uso dei modelli in quanto alcuni di questi si basano sulla parametrizzazione dei processi fisici. Solitamente queste

parametrizzazioni hanno un campo di applicazione ridotto e, se il modello viene utilizzato al di fuori di questa gamma di valori, i risultati potrebbero essere irrealistici. Allo stesso tempo, il risultato finale è soggetto alle ipotesi fatte in principio. Per esempio, e non in via esaustiva, i modelli di turbolenza, le condizioni al contorno, le condizioni iniziali influenzano significativamente i risultati.

L'accuratezza di un modello numerico dipende anche dalla risoluzione della maglia di calcolo: più essa è fitta, più i risultati sono tendenzialmente accurati, con lo svantaggio che la potenza di calcolo richiesta è maggiore. Bisogna, pertanto, trovare un compromesso tra precisione del risultato e l'onere computazionale.

L'utilizzo di codici open-source distribuiti liberamente fa sì che sempre più persone possano lavorare e sviluppare i codici autonomamente, migliorando le funzioni esistenti e integrandone di nuove.

3. Modelli Comunemente Usati

3.1 Solutori Navier-Sokes (CFD)

Il termine CFD sta per Computational Fluid Dynamics e consiste in un approccio numerico per esaminare il moto di fluidi e i fenomeni chimico-fisici ad esso associati. Pertanto, il termine CFD potrebbe essere usato per descrivere qualsiasi modello numerico che viene impiegato per modellare flussi turbolenti e non. Tuttavia, in pratica, il termine si riferisce principalmente a codici in grado di risolvere le equazioni di Navier-Stokes complete in tutte e tre le dimensioni. Di conseguenza, CFD si riferisce a simulazioni computerizzate di grande complessità che possono gestire diversi fenomeni: le sue applicazioni spaziano dall'aerodinamica alle turbomacchine, dall'ingegneria costiera alla biochimica.

La CFD è una tecnica all'avanguardia per l'industria e le applicazioni di ricerca; tuttavia, il suo alto costo di calcolo spesso ne preclude l'utilizzo. Storicamente, la CFD è stata utilizzata per la prima volta negli anni '60 nell'industria aerospaziale. Tuttavia, il forte costo computazionale di esecuzione dei codici CFD ha determinato il loro utilizzo principalmente in ambienti di ricerca fino agli anni '90, quando iniziarono a diventare economicamente accessibili le risorse computazionali. Da allora, sono stati molti i codici CFD sviluppati utilizzando una vasta gamma di strumenti di pre-elaborazione, risoluzione e post-elaborazione.

Di seguito si riporta, per esempio, il set completo delle equazioni di Navier-Stokes risolte dai codici CFD.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 u + F_x$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \nabla^2 v + F_y$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g + \nu \nabla^2 w + F_z$$

dove i termini F sono da ritenersi delle sorgenti.

3.2 Modelli Idrostatici

La maggior parte dei modelli numerici usati per la circolazione oceanica e gli studi costieri risolvono le equazioni di Navier-Stokes mediate, dette Reynolds Averaged Navier Stokes (RANS) equations. Infatti, per queste scale, le equazioni complete di Navier-Stokes sono computazionalmente difficili da gestire. Viene invece utilizzata una versione delle RANS semplificata, definita idrostatica. Ciò significa che l'equazione della quantità di moto verticale è ridotta ad un'approssimazione dell'equilibrio idrostatico. La pressione è calcolata secondo l'approssimazione idrostatica mentre la componente verticale della velocità è calcolata attraverso l'equazione di continuità. Al contrario, se le equazioni complete di Navier-Stokes fossero prese in considerazione, tutte le componenti di velocità sarebbero calcolate direttamente.

Di seguito si riporta il set delle equazioni di RANS con l'approssimazione idrostatica.

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} = -g \frac{\partial h}{\partial x} + \nu_t \nabla^2 U + F_x$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + W \frac{\partial V}{\partial z} = -g \frac{\partial h}{\partial y} + \nu_t \nabla^2 V + F_y$$

$$P = P_{atm} + \rho_0 g (h - z) + \rho g \int_z^{z_s} \frac{\Delta \rho}{\rho_0} dz'$$

dove h rappresenta la profondità del pelo libero e $\Delta\rho$ le variazioni di densità.

3.3 Modelli a Potenziale

I modelli a potenziale presuppongono che il moto sia irrotazionale e ad alti numeri di Reynolds. Pertanto, viene spesso usato il moto a potenziale per analizzare flussi esterni su superfici solide. Questo tipo di modello presuppone l'esistenza di una funzione potenziale di velocità. Il potenziale di velocità soddisfa l'equazione di Laplace:

$$\nabla^2 \Phi = 0$$

Le componenti della velocità si ricavano differenziando il potenziale Φ rispetto alle coordinate spaziali.

Dato che tale tipo di modello presuppone che il moto sia irrotazionale, esso è incapace di descrivere, per esempio, la presenza dello strato limite o l'interazione fluido-struttura.

3.4 Shallow Water Equations

Quando ci si trova in condizioni di profondità basse, il moto è fondamentalmente orizzontale e le accelerazioni verticali sono trascurabili. Il moto può dunque essere espresso in questo caso dalle cosiddette Shallow Water Equations.

Esse si ottengono mediando le equazioni di Navier-Stokes sulla verticale e sono riportate di seguito.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla(h) + h \nabla \cdot (\vec{U}) = 0$$

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla(\bar{U}) = -g \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\tau_s + \tau_f}{\rho h}$$

$$\frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla(\bar{V}) = -g \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\tau_s + \tau_f}{\rho h}$$

dove t_s e t_f rappresentano le tensioni al fondo ed in superficie.

3.5 Boussinesq

La propagazione del moto ondoso nella regione compresa tra basse e alte profondità può essere descritta dal modello di Boussinesq. La distribuzione verticale della velocità non viene calcolata dalle equazioni del bilancio non lineare. Invece, la componente orizzontale della velocità è assunta essere costante nella colonna d'acqua e la componente verticale varia quasi linearmente.

Essenzialmente le equazioni che vengono risolte sono le equazioni shallow-water con termini che tengono in conto le accelerazioni verticali.

Le equazioni di Boussinesq sono:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(h + \eta)u_x] = 0$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{1}{2} \frac{\partial^3 (hu_x)}{\partial t \partial x^2} - \frac{1}{6} \frac{\partial^3 u_x}{\partial t \partial x^2}$$

dove u_x rappresenta la velocità orizzontale mediata sulla profondità.

3.6 Modelli Spettrali

Per la descrizione delle onde di mare è possibile fare riferimento a modelli spettrali. Negli ultimi due decenni sono stati sviluppati numerosi modelli, noti come modelli di terza generazione, come WAM, WAVEWATCH III, TOMAWAC e SWAN. Questi modelli risolvono l'equazione detta spectral action balance, senza alcuna restrizione a priori sullo spettro, per l'evoluzione delle onde.

L'equazione è la seguente:

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial (c_x N)}{\partial x} + \frac{\partial (c_y N)}{\partial y} + \frac{\partial (c_\theta N)}{\partial \theta} + \frac{\partial (c_\sigma N)}{\partial \sigma} = \frac{S_{total}(x, y, t, \theta, \sigma)}{\sigma}$$

dove s è la frequenza, q la direzione delle componenti spettrali, t il tempo, N è la wave action definita come $N(t, x, y, s, q) = E(k, q, x, y, t) / s$, E la densità di energia spettrale, S un termine sorgente e c_x , c_y , c_s e c_q le celerità di propagazione nello spazio geografico e nello spazio dei numeri d'onda.

La Tabella 1 riporta i codici open-source per la modellistica del moto ondoso.

La Tabella 2 riepiloga una serie di codici di calcolo oper-source e proprietari con le relative equazioni di governo.

MODELLI NUMERICI OPEN-SOURCE			
TIPO	NOME	DIMENSIONI	NUMERICA
CFD	OLAFLOW	3D	FV
	OPENFOAM	3D	FV
	REEFF3D:CFD	3D	FD
3D EQUATION MODELS	FVCOM	3D	FV
	NHWAVE	3D	FV/FD
	REEF3D - NSEWAVE(NH)	3D	FD
	SCHIMS	3D	FE/FV
	TSUNAMI3D	3D	FD
SPECTRAL WIND WAVE MODELS	STWAVE	2D	FD
	SWAN	1D/2D	FD
	TELEMAC/TOMAWAC	2D	FV
	WAVEWATCH III	2D	FD
BOUSSINESQ	CELERIS	2D	FV/FD
	COULWAVE	1D/2D	FV/FD
	FUNWAVE-TVD	1D/2D	FV/FD
NON LINEAR SHALLOW WATER	CLIFFS	1D/2D	FV
	COMCOT	2D	FV
	GeoClaw	2D	FD
	NAMI-DANCE	2D	FV
	NEOWAVE	2D	FV
	REEF3D - SFLOW	2D	FV
	SUSTANS	2D	FE
	SWASH	1D/2D	FV/FD
	TELEMAC	2D	FE/FD
	XBEACH	2D	FV
OCEAN CIRCULATION STORM SURGE	ADCIRC	2D/3D	FE
	DELFT3D	2D/3D	FD
	MOHID	2D/3D	FV
	ROMS	2D/3D	FV/FD
	SCHISM	1D/2D/3D	FE/FV
	SELFE	2D/3D	FE
	SHYFEM	2D/3D	FE
	TELEMAC	2D/3D	FE/FV
	UnTRIM	1D/2D/3D	FV/FD

Tabella 1 – Riepilogo principali modelli numerici esistenti

	Navier-Stokes (CFD)	Hydrostatic	Potential Flow	Shallow Water Equations	Boussinesq	Spectral
OpenFOAM	>			>		
ANSYS CFX	>					
DualSPHysics	>					
SHYFEM		>		>		
TELEMAC-MASCARET		>		>		
FUNWAVE					>	
Delft3D		>		>		>
ROMS		>		>		
ANSYS AQWA			>			
QALE-FEM			>			
OrcaFlex			>			
Pom		>				
COHERENS		>				
WAM						
WAVEWATCH III						>
SWAN						>
MIKE 21		>	>			>
WAMIT						

Tabella 2 – Riepilogo Applicabilità di alcuni modelli numerici

4. Modelli open source usati in campo costiero

4.1. ROMS

ROMS (Regional Ocean Modeling System) è un modello numerico open-source largamente utilizzato dalla comunità oceanografica internazionale.

4.1.1. Equazioni di Governo

ROMS appartiene alla classe dei modelli numerici tridimensionali, a superficie libera, con coordinate che seguono il terreno e che risolvono le equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds utilizzando le approssimazioni idrostatica e di Boussinesq. Le equazioni del modello scritte in coordinate cartesiane sono le seguenti:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla u - f v = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\overline{u'w'} - v \frac{\partial u}{\partial z} \right) + F_u + D_u$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla v + f u = -\frac{\partial \Phi}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\overline{v'w'} - v \frac{\partial v}{\partial z} \right) + F_v + D_v$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = -\frac{\rho}{\rho_0} g$$

l'incompressibilità del campo di velocità si traduce nell'annullamento della sua divergenza:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

mentre il trasporto dei campi scalari C sia attivi che passivi, è descritto dall'equazione di diffusione-avvezione:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla C = -\frac{\partial}{\partial z} \left(\overline{C'w'} - D_0 \frac{\partial C}{\partial z} \right) + F_C + D_C$$

è inoltre necessaria un'equazione di stato che ponga in relazione i campi scalari attivi (temperatura e salinità) con la densità del fluido:

$$\rho = \rho(T, S, P)$$

La barra sovrastante le variabili e l'apice ne indicano rispettivamente la media temporale e la fluttuazione rispetto ad essa. Il seguente elenco riporta il significato delle variabili del problema:

- $C(x,y,z,t)$: temperatura, salinità ed eventuali campi scalari passivi
- D_u, D_v, D_c : termini diffusivi opzionali
- F_u, F_v, F_c : termini forzanti e di sorgente
- $f(x,y)$: parametro di Coriolis
- g : accelerazione di gravità
- $h(x,y)$: profondità riferita al livello medio del mare
- $H_z(x,y,z)$: spaziatura tra i livelli verticali della griglia
- n, n_q : viscosità e diffusività molecolari
- K_M, K_C : eddy viscosity e diffusivity verticali
- P : pressione totale ($P \sim -r_0 g z$)
- $F(x,y,z,t)$: pressione dinamica (P/r_0)
- $r_0 + r(x,y,z,t)$: densità locale totale
- $S(x,y,z,t)$: salinità
- t : tempo
- $T(x,y,z,t)$: temperatura potenziale
- u, v, w : componenti di del campo di velocità
- x, y : coordinate orizzontali
- z : coordinata verticale
- $z(x,y,t)$: elevazione della superficie libera

Queste equazione vengono chiuse parametrizzando gli stress di Reynolds e i flussi turbolenti dei traccianti nel modo seguente:

$$\overline{u'w'} = -K_M \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \overline{v'w'} = -K_M \frac{\partial v}{\partial z}, \quad \overline{C'w'} = -K_C \frac{\partial C}{\partial z}$$

Nell'approssimazione di Boussinesq vengono trascurate le variazioni di densità nelle equazioni della quantità di moto fatta eccezione per il loro contributo alla forza di galleggiamento (buoyancy) nell'equazione per la componente verticale della quantità di moto. Inoltre l'approssimazione idrostatica comporta l'ulteriore assunzione che il gradiente di pressione verticale bilanci la forza di galleggiamento.

Le forzanti e la dissipazione orizzontale sono incluse nei termini F e D mentre il mixing verticale e orizzontale sarà spiegato nel seguito.

In ROMS è disponibile un modello a 2 equazioni per la chiusura del problema della Turbolenza chiamato GLS. Questo modello sfrutta le similitudini tra i

modelli più di chiusura della turbolenza a 2 equazioni come il $k-\varepsilon$ e il $k-\omega$: infatti presenta un'equazione per k e una per il generico parametro ψ legato alle altre grandezze turbolente dalla seguente relazione dimensionale $\psi = c^p k^m l^n$.

$$\begin{cases} \frac{\partial k}{\partial t} + U_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} \left(K_M \frac{\partial k}{\partial z} \right) + P + B + \varepsilon \\ \frac{\partial \psi}{\partial t} + U_i \frac{\partial \psi}{\partial x_i} = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial z} \left(K_M \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \frac{1}{k} (c_1 P + c_3 B + c_2 \varepsilon) \end{cases}$$

4.1.2. Condizioni al contorno

Le condizioni al contorno verticali, in termini delle variabili precedentemente definite, possono essere espresse nel modo seguente:

- in superficie, ovvero per $z = z(x, y, t)$:

$$K_M \frac{\partial u}{\partial z} = \tau_s^x(x, y, t)$$

$$K_M \frac{\partial v}{\partial z} = \tau_s^y(x, y, t)$$

$$K_C \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{Q_C}{\rho_0 C P}$$

$$w = \frac{\partial \zeta}{\partial t}$$

- sul fondo, ovvero per $z = -h(x, y)$:

$$K_M \frac{\partial u}{\partial z} = \tau_b^x(x, y, t)$$

$$K_M \frac{\partial v}{\partial z} = \tau_b^y(x, y, t)$$

$$K_C \frac{\partial C}{\partial z} = 0$$

$$-w + \vec{v} \cdot \nabla h = 0$$

Dove

- Q_C è il flusso di concentrazione superficiale dello scalare C
- $\tau_s^x(x, y, t)$, $\tau_s^y(x, y, t)$ sono le componenti dello stress superficiale dovuto al vento
- $\tau_b^x(x, y, t)$, $\tau_b^y(x, y, t)$ rappresentano lo stress sul fondo.

Lo stress superficiale è calcolato a partire dal campo di vento secondo la formula (quadratica nella velocità):

$$\tau_s = \rho_{aria} C \sqrt{U_{10}^2 + V_{10}^2} V_{10}$$

dove U_{10} e V_{10} sono le componenti della velocità del vento V_{10} a 10 m di altezza sulla superficie del mare e C è una costante.

La tensione al fondo invece è calcolata in funzione della velocità all'ultimo layer tramite un legame che può essere lineare, quadratico o logaritmico. Ad esempio, nel caso di legame lineare, il vettore della tensione al fondo si ottiene dalla seguente relazione:

$$\tau_b = \rho_{H_2O} R v_b$$

Dove R è un coefficiente di resistenza dimensionale, proporzionale ad una velocità scala e v_b indica le componenti orizzontali della corrente al fondo. Nel caso del legame quadratico, la cui relazione con il campo di velocità sul fondo è analoga al caso superficiale:

$$\tau_b = \rho_{H_2O} C_D \sqrt{u_b^2 + v_b^2} v_b$$

In questo caso C_D è un coefficiente di resistenza costante il cui valore è solitamente dell'ordine di 10^3 .

Nel caso del legame logaritmico, la relazione è la seguente:

$$\tau_b = \rho_{H_2O} \left(\frac{k}{\ln(z_b/z_0)} \right)^2 \sqrt{u_b^2 + v_b^2} v_b$$

Dove il coefficiente di resistenza è sostituito dal quadrato dell'espressione tra parentesi, in cui k è la costante di VonKarman ed è posta uguale a 0.41, z_b è la quota del primo layer a partire dal fondo e z_0 invece rappresenta il livello di riferimento in cui la velocità è nulla. In ROMS z_0 coincide con $1/30$ della scabrezza fisica (y_r).

Sebbene sia inoltre possibile assegnare un flusso verticale di concentrazione sul fondo, questo viene usualmente posto nullo.

ROMS ha la possibilità di implementare diverse tipologie di condizioni al contorno, sia con bordi aperti o chiusi, sia di tipo periodico. In base alla scelta effettuata ROMS necessita dei valori dei campi ai bordi forniti in maniera analitica o attraverso file NetCDF opportunamente strutturati.

Opportune tecniche di *nudging* permettono inoltre di poter rilassare i valori interni del campo a quelli forniti da studi climatologici o da modelli a scala maggiore, con la possibilità di determinare punto per punto il tempo caratteristico di rilassamento.

ROMS recentemente ha preso campo nella modellazione di aree costiere ed estuarine a causa della sua duttilità. Infatti prende in considerazione una vasta gamma di forzanti:

- Propagazione di onde di marea;
- Azione della forza di Coriolis;
- Influenza della temperatura orizzontale o dei gradienti di salinità sulla densità;
- Influenza dei fattori meteorologici: pressione atmosferica e vento;
- Influenza dell'afflusso di fiumi e torrenti.

4.1.3. Griglia Computazionale

ROMS risolve le equazioni del moto utilizzando un sistema di coordinate verticali, non ortogonali, le cui superfici coordinate seguono la forma della batimetria. Dal punto di vista della discretizzazione verticale è inoltre possibile, attraverso una funzione di stretching, variare con una certa libertà la distribuzione del numero di livelli lungo la direzione verticale. In questo modo può essere ottenuta una migliore risoluzione in superficie o sul fondo in base alle finalità del modello.

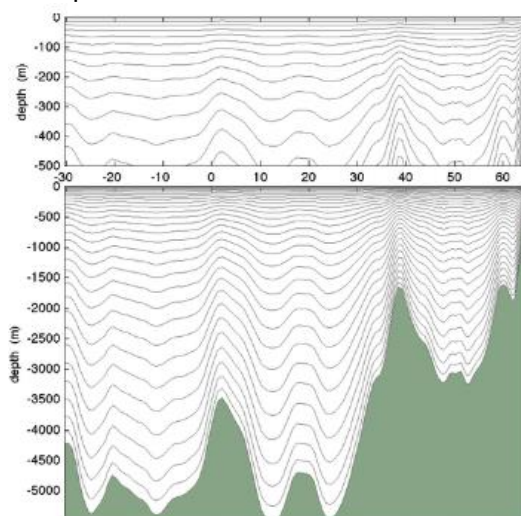


Figura 1 – Sigma layers lungo la verticale

La discretizzazione orizzontale è effettuata con maglie rettangolari (griglia Arakawa-C) dove i campi scalari e le componenti del campo di velocità sono valutate su griglie differenti, reciprocamente sfalsate (*staggered grid*) e le coordinate verticali seguono il terreno (Sigma-layers).

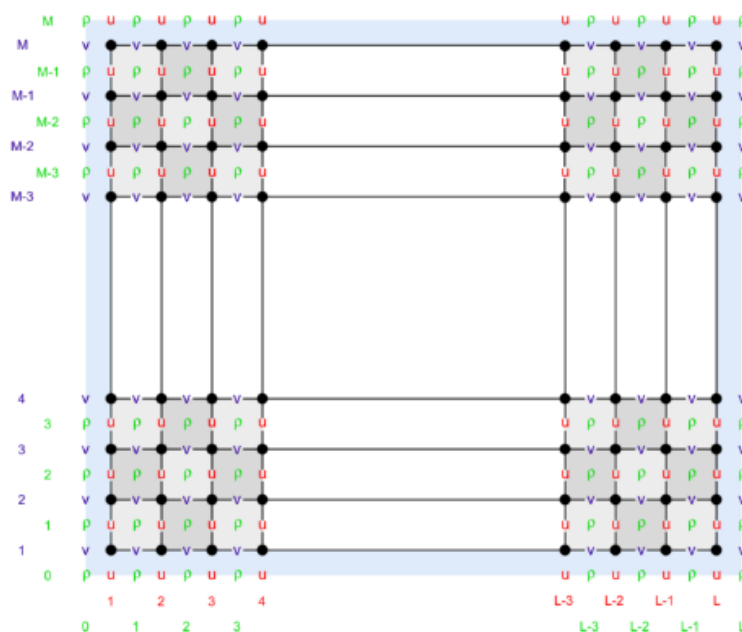


Figura 2 – Schema di griglia staggered Arakawa C

4.1.4. Schema numerico

Lungo le direzioni orizzontali (x, z) viene adottata una tradizionale approssimazione al secondo ordine centrata.

Anche per la direzione verticale viene effettuata la discretizzazione approssimando alle differenze finite del secondo ordine e vengono utilizzate griglie sfasate per la componente verticale del campo di velocità e le altre grandezze.

Nell'effettuare il passo temporale del modello, abbiamo a disposizione i valori dei campi salvati all'istante $n-1$, una stima degli stessi all'istante corrente n , e vogliamo ottenerne una stima allo step $n+1$.

Per ragioni di efficienza ROMS effettua l'evoluzione temporale con uno *split-explicit time step*, ovvero integra le equazioni integrate sulla colonna d'acqua con un passo temporale più breve rispetto a quello utilizzato per l'integrazione delle equazioni tridimensionali complete. Mantenendo comunque un rapporto intero M tra i due intervalli.

4.1.5. Moduli Water Quality

ROMS dispone di diversi moduli per la modellazione di fenomeni connessi alle dinamiche di circolazione:

- Modulo per la diffusione e dispersione di traccianti passivi, reattivi e biologici;
- Modulo per il calcolo delle traiettorie di particelle puntuali;

Prodotto T2.3.1

- Modulo per il calcolo del trasporto di sedimenti al fondo e in sospensione (chiamato CSTMS);
- Modulo per l'accoppiamento dinamico con il modello di circolazione atmosferica WRF e con il modello di propagazione delle onde SWAN (chiamato COAWST);
- Modulo per l'interazione tra acqua marina e ghiaccio.

4.2. DELFT3D

Il presente paragrafo è destinato alla descrizione del modello numerico Delft3D, molto utilizzato in campo costiero.

4.2.1. Panoramica del modello

Delft3D è una suite di codici di calcolo sviluppata da Deltares, precedentemente nota come Delft Hydraulics, per modellare le aree costiere, fluviali e gli estuari. Copre, tra le altre cose, la modellazione numerica di correnti, trasporto di sedimenti, onde, qualità dell'acqua e trasporto solido. Delft3D è composto da diversi moduli che possono essere eseguiti indipendentemente o possono essere accoppiati e interagiscono tra loro, scambiandosi le opportune informazioni. Delft3D-FLOW è uno di questi moduli. Esso è un codice che modella l'idrodinamica e il trasporto, prendendo in considerazione una vasta gamma di forzanti, come eventi meteorologici, maree, scarichi antropici, ecc.

4.2.2. Le equazioni di governo

Le equazioni di governo sono costituite dalla equazione di continuità e dall'equazione della quantità di moto lungo le due direzioni orizzontali. Il modello risolve le equazioni RANS con approssimazione idrostatica. La velocità verticale è ottenuta dall'equazione di continuità.

L'equazione della quantità di moto per le direzioni x e y si scrivono come:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{U}{\sqrt{G_{\xi\xi}}} \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{V}{\sqrt{G_{\eta\eta}}} \frac{\partial U}{\partial \eta} + \frac{\omega}{h + \zeta} \frac{\partial U}{\partial \sigma} - \frac{V^2}{\sqrt{G_{\xi\xi}\sqrt{G_{\eta\eta}}}} \frac{\partial \sqrt{G_{\eta\eta}}}{\partial \eta} + \frac{UV}{\sqrt{G_{\xi\xi}\sqrt{G_{\eta\eta}}}} \frac{\partial \sqrt{G_{\xi\xi}}}{\partial \eta} +$$

$$-fV = -\frac{1}{\rho_0 G_{\xi\xi}} P_\xi + F_\xi + \frac{1}{(h + \zeta)^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(v_V \frac{\partial U}{\partial \sigma} \right) + M_x$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{U}{\sqrt{G_{\xi\xi}}} \frac{\partial V}{\partial \xi} + \frac{V}{\sqrt{G_{\eta\eta}}} \frac{\partial V}{\partial \eta} + \frac{\omega}{h + \zeta} \frac{\partial V}{\partial \sigma} - \frac{U^2}{\sqrt{G_{\xi\xi}\sqrt{G_{\eta\eta}}}} \frac{\partial \sqrt{G_{\eta\eta}}}{\partial \xi} + \frac{UV}{\sqrt{G_{\xi\xi}\sqrt{G_{\eta\eta}}}} \frac{\partial \sqrt{G_{\xi\xi}}}{\partial \eta} +$$

$$+fU = -\frac{1}{\rho_0 G_{\eta\eta}} P_{\eta} + F_{\eta} + \frac{1}{(h + \zeta)^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(v_v \frac{\partial V}{\partial \sigma} \right) + M_e$$

dove v_v rappresenta la viscosità verticale, P_{ξ} e P_{η} sono i gradienti di pressione. Le forze F_{ξ} e F_{η} rappresentano le tensioni di Reynolds. M_x e M_e sono i contributi di quantità di moto dovuti a sorgenti esterne o pozzi. $\sqrt{G_{\xi\xi}}$ e $\sqrt{G_{\eta\eta}}$ sono coefficienti usati per trasformare coordinate curvilinee in coordinate rettangolari. Infatti, Delft3D consente la soluzione di tali equazioni su una griglia sferica nel caso in cui il dominio di interesse sia sufficientemente esteso.

4.2.3. Condizioni al contorno

Le condizioni al contorno in Delft3D sono quelle comunemente adottate nei modelli quasi-3D. Il modello può essere forzato sulla superficie libera da un vento e una pressione atmosferica variabile nel tempo e nello spazio. La condizione al contorno al fondo viene fornita in funzione della tensione che dipende da un parametro di scabrezza tipico, impostato dall'utente. Le relazioni che legano le tensioni al fondo e sulla superficie libera con le derivate della velocità sono analoghe a quelle utilizzate dal modello ROMS, in quanto basate sui principi della Meccanica dei Fluidi.

Inoltre, è possibile impostare condizioni al contorno sul *boundary* esterno di diverso tipo. La condizione fondamentale prende in considerazione il livello idrico (*water level*): è possibile prescrivere condizioni sulla superficie libera al fine di descrivere, per esempio, una marea. E' possibile, inoltre, forzare il modello con una serie di afflussi/deflussi laterali. Inoltre, Vi è anche la possibilità di imporre un profilo di velocità variabile con la profondità. Nel caso in cui siano note una sia la velocità che l'elevazione della superficie libera è possibile prescrivere condizioni dette di Riemann, che traggono la loro origine dalla soluzione alle caratteristiche delle equazioni differenziali alle derivate parziali.

4.2.4. Griglia computazionale

La griglia computazionale è costituita da una griglia cartesiana rettangolare o curvilinea. L'utente può decidere se realizzare una griglia rettangolare (anche a passo variabile) o creare una griglia curvilinea a partire da una serie di splines. La maglia ha una struttura detta di Arakawa-C, analoga a quella di ROMS.

4.2.5. Schema numerico

Le equazioni che governano il problema sono risolte tramite il metodo ADI (Alternating Direction Implicit method). Il metodo ADI suddivide una fase temporale in due fasi. Ogni fase è composta da un intervallo di tempo intermedio. In entrambe le fasi, tutti i termini delle equazioni del modello sono risolti con almeno un'accuratezza al secondo ordine di precisione nello spazio.

Per la discretizzazione spaziale dei termini di avvezione orizzontale sono disponibili tre diverse opzioni in

Delft3D-FLOW. I primi due metodi sono chiamati WAQUA e Cyclic e non impongono alcuna restrizione sul $\{\Delta t \text{ time step}\}$. Il terzo metodo è chiamato *flooding* e viene utilizzato in particolare per simulare zone soggette a cicli di asciutto/bagnato, ovvero per zone che non presentano costantemente la presenza di acqua. Si pensi, per esempio, ad eventi alluvionali, sia costieri che fluviali.

Il metodo ADI può essere concisamente spiegato come segue. Il primo passo consiste nel passare dall'intervallo temporale $t - \Delta t$ a $t = (t + 0.5 \Delta t)$. In questo modo l'equazione della quantità di moto lungo V è risolta, seguita dall'equazione lungo U , implicitamente accoppiata con l'equazione di continuità. Nel secondo passo, che consiste nel passare da $t + 0.5 \Delta t$ a $t + \Delta t$, prima è risolta l'equazione per U e, successivamente l'equazione per V . Nel passo in cui il termine barotropico (*water level gradient*) è integrato implicitamente, i termini avvettivi e viscosi sono integrati esplicitamente. In maniera analoga, quando il termine barotropico è integrato esplicitamente, i termini di avvezione e viscosi sono integrati esplicitamente.

4.2.6. I moduli di water quality

I moduli di *water quality* sono presenti in Delft3D e prendono come input il campo di velocità che viene generato dal modulo FLOW. Il modello matematico di qualità dell'acqua fornisce una descrizione quantitativa di una o più variabili che definiscono la qualità dell'acqua in un dato sistema idrico.

Nei modelli di qualità dell'acqua le "variabili di stato" sono "sostanze" che rappresentano un inquinante, una sostanza naturalmente presente o un organismo acquatico. Le sostanze possono entrare nell'area del modello attraverso *i boundaries*, come flussi laterali. Tutta una serie di trasformazioni chimico-fisiche deve essere modellata attraverso una serie di equazioni parametriche (si pensi alle cinetiche chimiche di composti disciolti nell'acqua).

4.3. Open-Telemac

4.3.1. Panoramica del modello

Il sistema TELEMAC-MASCARET è uno strumento di modellazione integrato per l'impiego nel campo dei flussi a superficie libera.

I vari moduli di simulazione utilizzano algoritmi basati sul metodo degli elementi finiti. Lo spazio è discretizzato sotto forma di una griglia non strutturata di elementi triangolari, il che significa che può essere raffinato in particolare in aree di specifico interesse. Ciò evita l'uso sistematico di modelli incorporati, come nel caso del metodo delle differenze finite. Il sistema TELEMAC-MASCARET è composto dai seguenti moduli per il trattamento dei fenomeni idrodinamici:

- ARTEMIS: agitazione ondosa nei porti;
- MASCARET: flussi monodimensionali;
- TELEMAC-2D: flussi bidimensionali - equazioni di Saint-Venant (compreso il trasporto di un tracciante diluito);
- TELEMAC-3D: flussi tridimensionali - equazioni di Navier-Stokes (compreso il trasporto di traccianti attivi o passivi);
- TOMAWAC: propagazione di onde nella zona costiera.

e dei seguenti moduli per i fenomeni di trasporto e/o dispersione:

- SISYPHE: trasporto solido 2D;
- SEDI-3D: trasporto di sedimenti in sospensione 3D;
- DREDGESIM: simulazione di operazioni di dragaggio.

4.3.2. TELEMAC-2D

E' il modulo 2D di idrodinamica, TELEMAC-2D, risolve le cosiddette equazioni in acqua bassa, note anche come le equazioni di Saint Venant. Il programma risolve le equazioni di Saint-Venant utilizzando il metodo degli elementi finiti o dei volumi finiti su una maglia di calcolo costituita da elementi triangolari. Può eseguire simulazioni in condizioni transitorie e permanenti. TELEMAC-2D può prendere in considerazione i seguenti fenomeni:

- Propagazione delle onde lunghe, tenendo conto degli effetti non lineari;
- Attrito sul fondo;
- Influenza della forza di Coriolis;
- Influenza dei fattori meteorologici: pressione atmosferica e vento;

- Turbolenza;
- Torrenti e corsi d'acqua;
- Influenza della temperatura orizzontale o dei gradienti di salinità sulla densità;
- Coordinate cartesiane o sferiche per grandi domini;
- Aree secche nel campo computazionale: secche e pianure alluvionali;
- Trattamento di punti singolari: pennelli, dighe, tubazioni.

TELEMAC-2D è utilizzato in molti campi di applicazione. Nel settore marittimo, si possono citare in particolare la progettazione delle strutture portuali, gli studi sull'effetto della costruzione di frangiflutti sommersi o di opere di dragaggio, l'impatto degli scarichi di una foce in mare, lo studio dei pennacchi termici e, per quanto riguarda i fiumi, l'impatto di vari tipi di costruzione (ponti, pennelli), le rotture di dighe, gli studi sulle inondazioni, il trasporto di rivelatori dissipativi o non dissipativi. TELEMAC-2D può essere utilizzato anche per diverse applicazioni speciali, come guasti di serbatoi industriali, valanghe che cadono in serbatoi, ecc.

4.3.3. TELEMAC-3D

Il modulo idrodinamico TELEMAC-3D utilizza la stessa maglia non strutturata orizzontale del TELEMAC-2D ma risolve le equazioni Navier-Stokes, sia in modalità idrostatica che non idrostatica, consentendo onde più corte rispetto a quelle in un contesto di acque poco profonde (dove le lunghezze d'onda devono essere almeno venti volte la profondità dell'acqua). La formulazione d'onda per l'aggiornamento della superficie libera, viene utilizzata per l'efficienza. La maglia 3D si sviluppa come una serie di superfici reticolate tra il piano di appoggio e la superficie libera.

La flessibilità nella collocazione di questi piani permette l'uso di una griglia sigma (ogni piano in una data proporzione della spaziatura tra il letto e la superficie) o di una serie di altre strategie per la localizzazione della superficie intermedia. Un esempio utile è quello di includere alcuni piani che sono ad una distanza fissa sotto la superficie dell'acqua o sopra il fondo.

4.3.4. Equazioni di governo

4.3.5. TELEMAC-2D

Dal punto di vista matematico, TELEMAC-2D risolve simultaneamente le seguenti quattro equazioni idrodinamiche:

- equazione di continuità

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla}(h) + h \nabla \cdot (\vec{u}) = S_h$$

- equazione della conservazione quantità di moto lungo l'asse x

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla}(u) = -g \frac{\partial Z}{\partial x} + S_x + \frac{1}{h} \nabla \cdot (h v_t \vec{\nabla} u)$$

- equazione della conservazione quantità lungo l'asse y

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla}(v) = -g \frac{\partial Z}{\partial y} + S_y + \frac{1}{h} \nabla \cdot (h v_t \vec{\nabla} v)$$

- equazione della conservazione dei traccianti

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla}(T) = +S_T + \frac{1}{h} \nabla \cdot (h v_t \vec{\nabla} T)$$

con i seguenti termini indicati:

- h [m] profondità dell'acqua;
- u, v [m/s] componenti della velocità;
- T [°C] Temperatura;
- g [m] accelerazione di gravità;
- T [g/l] o [°C] traccianti passivi;
- v_t, v_T [m²/s] coefficienti della diffusione;
- Z [m] elevazione della superficie libera;
- t [s] tempo;
- x, y [m] coordinate spaziali orizzontali;
- S_h [m/s²] termini di sorgente o dissipazione dei fluidi;
- S_x, S_y [m/s²] termini di sorgente o dissipazione delle equazioni dinamiche;
- S_T [g/l/s] termini di sorgente o dissipazione dei traccianti.

Le equazioni sono qui riportate in coordinate cartesiane. Possono essere elaborate anche utilizzando coordinate sferiche.

$S_x, S_y (m/s^2)$ sono termini sorgente che rappresentano il vento, la forza di Coriolis, l'attrito al fondo oppure una sorgente o un dissipatore di quantità di moto all'interno del dominio analizzato.

I diversi termini di queste equazioni sono elaborati in uno o più passaggi (nel caso di avvezione con il metodo delle caratteristiche):

- avvezione di h, u, v e T ;
- propagazione, diffusione e termini sorgente delle equazioni dinamiche;
- diffusione e condizioni della sorgente dell'equazione di trasporto del tracciante.

Ognuno di questi passaggi può essere saltato, e, nel caso, vengono risolte equazioni diverse. Inoltre, ciascuna delle variabili h, u, v e T può essere esplicitata separatamente. In questo modo è possibile, ad esempio risolvere un'equazione di avvezione e diffusione del tracciante utilizzando un campo di velocità di avvezione fisso.

La viscosità turbolenta può essere data dall'utilizzatore o determinata da un modello di turbolenza del tipo k (energia cinetica turbolenta) ed Epsilon (dissipazione turbolenta), per le quali le equazioni sono le seguenti:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla}(k) = \frac{1}{h} \nabla \cdot \left(h \frac{v_t}{\Sigma_k} \vec{\nabla}(k) \right) + P - \varepsilon + P_{kv}$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla}(\varepsilon) = \frac{1}{h} \nabla \cdot \left(h \frac{v_t}{\Sigma_\varepsilon} \vec{\nabla}(\varepsilon) \right) + \frac{\varepsilon}{k} (c_{1\varepsilon} P - c_{2\varepsilon} \varepsilon) + P_{\varepsilon v}$$

I termini di destra di queste equazioni rappresentano la produzione e la dissipazione di quantità turbolente.

Quando gli effetti non idrostatici non sono trascurabili, le equazioni di Saint Venant possono essere migliorate con l'aggiunta di termini ulteriori. In letteratura si possono trovare diverse prove (Serre, Boussinesq, Korteweg e De Vries). Per usare le ipotesi di Boussinesq, i termini seguenti sono aggiunti al lato destro delle equazioni di Saint Venant (così chiamate equazioni di Boussinesq):

$$-\frac{H_0^2}{6} \vec{\nabla} \left[\nabla \cdot \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \right) \right] + \frac{H_0^2}{2} \vec{\nabla} \left[\nabla \cdot \left(H_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \right) \right]$$

4.3.6. TELEMAR-3D

4.3.6.1. Equazioni con l'ipotesi di pressione idrostatica

Nella versione 3D il codice risolve le equazioni idrodinamiche tridimensionali con le seguenti ipotesi:

- Equazioni tridimensionali di Navier-Stokes con superficie libera che cambia nel tempo;
- Variazione di densità trascurabile nella conservazione dell'equazione di massa (fluido incomprimibile);
- Ipotesi di pressione idrostatica (determina che la pressione ad una data profondità è la somma della pressione dell'aria sulla superficie del fluido più il peso del corpo idrico sovrastante);
- Approssimazione di Boussinesq per la quantità di moto (le variazioni di densità sono considerate solo come forze di spinta).

In seguito a queste ipotesi, le equazioni tridimensionali risolte dal codice sono:

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} = -g \frac{\partial Z_s}{\partial x} + \nu \Delta(U) + F_x$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + W \frac{\partial V}{\partial z} = -g \frac{\partial Z_s}{\partial y} + \nu \Delta(V) + F_y$$

$$p = p_{atm} + \rho_0 g (Z_s - z) + \rho g \int_z^{Z_s} \frac{\Delta \rho}{\rho_0} dz'$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} + W \frac{\partial T}{\partial z} = \nabla \cdot (\nu \nabla T) + Q$$

con i seguenti termini indicati:

- h [m] profondità dell'acqua;
- Z_s [m] elevazione della superficie libera;
- u, v, w [m/s] componenti della velocità;
- T [°C, g/L] traccianti attivi o passivi;
- p [Pa] pressione;
- p_{atm} [Pa] pressione atmosferica;
- g [m/s²] accelerazione di gravità;
- ν [m²/s] viscosità cinematica o coefficienti della diffusione dei traccianti;
- Z_f [m] profondità del fondo;
- ρ_0 densità di riferimento;

- $\Delta\rho$ variazione di densità;
- t [s] tempo;
- x, y [m] coordinate spaziali orizzontali;
- z [m] coordinata spaziale verticale;
- F_x, F_y [m/s²] termini di sorgente o dissipazione delle equazioni dinamiche;
- Q [-] termini di sorgente o dissipazione dei traccianti.

F_x e F_y sono termini di origine che indicano il vento, la forza di Coriolis e l'attrito sul fondo (o qualsiasi altro processo modellato da formule simili). È possibile prendere in considerazione più traccianti contemporaneamente. Possono essere di due tipi diversi: attivi, cioè che influenzano il flusso modificandone la densità, o passivi, senza alcun effetto sulla densità e quindi sul flusso.

L'algoritmo di base del TELEMAC-3D può essere suddiviso in tre fasi di calcolo.

Il primo passo consiste nel calcolare le componenti della velocità risolvendo solo i termini di avvezione nelle equazioni di quantità di moto.

Il secondo passo calcola, a partire dalle velocità calcolate al punto precedente, le nuove componenti della velocità tenendo conto dei termini di diffusione e dei termini sorgenti nelle equazioni della quantità di moto. Queste due soluzioni permettono di ottenere un campo di velocità intermedio.

Il terzo passo consiste nel ricavare la profondità dell'acqua dall'integrazione verticale dell'equazione di continuità e delle equazioni di quantità di moto includendo solo i termini pressione-continuità (tutti gli altri termini sono già stati presi in considerazione nelle due fasi precedenti). Le equazioni bidimensionali risultanti (analoghe alle equazioni di Saint-Venant senza diffusione, avvezione e termini sorgente) sono scritte come segue:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(uh)}{\partial x} + \frac{\partial(vh)}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial Z_s}{\partial x}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -g \frac{\partial Z_s}{\partial y}$$

Le lettere u e v in minuscolo indicano le variabili bidimensionali della velocità integrata verticalmente. Queste equazioni bidimensionali sono risolte dalle librerie del codice TELEMAT-2D e permettono di ottenere la velocità media verticale e la profondità dell'acqua.

La profondità dell'acqua permette di calcolare nuovamente i prospetti dei vari punti di maglia e quindi quelli della superficie libera.

Infine, il calcolo delle velocità U e V è semplicemente ottenuto attraverso una combinazione delle equazioni che collegano le velocità. Quindi, la velocità verticale W è calcolata dall'equazione della continuità.

4.3.6.2. Equazioni di Navier-Stokes non idrostatiche

Per le equazioni di Navier-Stokes non idrostatiche TELEMAT-3D risolve il seguente sistema (con un'equazione per W simile a quella per U e V):

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \Delta(U) + F_x \\ \frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + W \frac{\partial V}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \Delta(V) + F_y \\ \frac{\partial W}{\partial t} + U \frac{\partial W}{\partial x} + V \frac{\partial W}{\partial y} + W \frac{\partial W}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g + \nu \Delta(W) + F_z \\ \frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} + W \frac{\partial T}{\partial z} &= \text{div}(\nu \text{grad} T) + Q \end{aligned}$$

Per condividere il più possibile un nucleo comune con la soluzione delle equazioni con l'ipotesi della pressione idrostatica, la pressione viene suddivisa in due termini, quello di pressione idrostatica e quello di pressione "dinamica".

$$p = p_{atm} + \rho_0 g (Z_s - z) + \rho g \int_z^{Z_s} \frac{\Delta p}{\rho_0} dz + p_d$$

L'algoritmo di TELEMAT-3D risolve il passaggio idrostatico che è lo stesso del paragrafo precedente, le uniche differenze che si trovano sono nel passaggio di continuità (fase di "proiezione" in cui il gradiente di pressione dinamica cambia il campo di velocità al fine di fornire la necessaria divergenza di velocità, pari a zero) e nel calcolo della superficie libera.

4.3.7. Modello di turbolenza $k - \epsilon$

La viscosità turbolenta può essere fornita o dall'utilizzatore, determinata da un modello di lunghezza di miscelazione, o da un modello k-e le cui equazioni sono:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U \frac{\partial k}{\partial x} + V \frac{\partial k}{\partial y} + W \frac{\partial k}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + P - G - \epsilon$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + U \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + V \frac{\partial \epsilon}{\partial y} + W \frac{\partial \epsilon}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right) + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} [P + (1 - C_{3\epsilon})G] \\ &\quad - C_{2\epsilon} \frac{\epsilon^2}{k} \end{aligned}$$

dove:

- $k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i}$ indica l'energia cinetica turbolenta del fluido;
- $u'_i = U_i - \overline{u_i}$ indica la componente iesima della fluttuazione della velocità $\vec{U}(U, V, W)$;
- $\epsilon = \nu \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}$ è la dissipazione dell'energia cinetica turbolenta;
- P è un termine turbolento per la produzione di energia;

$$P = \nu_t \left(\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j}$$

- G è un termine sorgente dovuto alle forze gravitazionali.

$$G = - \frac{\nu_t}{Pr_t} \frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z}$$

- ν_t verifica l'uguaglianza: $\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$
- $C_\mu, Pr_t, C_{1\epsilon}, C_{2\epsilon}, C_{3\epsilon}, \sigma_k, \sigma_\epsilon$ sono costanti del modello k- ϵ

4.3.8. Equazioni dei traccianti

Il tracciante può essere attivo (influisce sull'idrodinamica) o passivo in TELEMAC-3D.

Temperatura, salinità e in alcuni casi un sedimento sono traccianti attivi. L'equazione dell'evoluzione del tracciante è formulata come:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} + W \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_T \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_T \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_T \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q$$

con:

- T (unità dei traccianti) tracciante passivo o che influisce sulla densità;
- v_T (m^2/s) coefficienti di diffusione del tracciante;
- t (s) tempo;
- x, y, z (m) coordinate spaziali;
- Q (unità dei traccianti) termini di sorgente o di dissipazione del tracciante.

4.3.9. Condizioni al contorno

Le condizioni al contorno che possono essere impostate in entrambi i modelli di TELEMAT sono:

- componente U di velocità;
- componente V di velocità;
- altezza H di superficie libera;
- altezza d'onda incidente;
- portata volumetrica;
- altezza H in funzione di una portata;
- valore di un tracciante.

Inoltre per il modulo 3D possono essere prescritti sia i profili orizzontali e sia i profili verticali di velocità.

Attraverso alcuni database delle costituenti armoniche delle maree si possono applicare al contorno liquido costiero le condizioni di marea (U, V, H).

In alcuni casi, non tutte le informazioni necessarie riguardanti le condizioni al contorno sono disponibili.

Ciò è usuale per i domini costieri dove a volte sono noti solo i valori del livello del mare in diversi punti. Questo tipo di modello è denominato modello "under constrained".

Per risolvere questo problema, il metodo Thompson utilizza il metodo delle caratteristiche per calcolare i valori mancanti. Per esempio, TELEMAT-3D calcola la velocità al confine nel caso di un'altitudine prescritta.

4.3.10. Griglia computazionale

La struttura della maglia di TELEMAC-3D è costituita da prismi (eventualmente suddivisi in tetraedri).

Al fine di preparare la maglia del dominio tridimensionale, per prima cosa, il programma costruisce una maglia bidimensionale composta da triangoli che possono essere diversi tra loro e che copre l'intero dominio computazionale.

Il secondo passo consiste nel duplicare la maglia bidimensionale lungo la direzione verticale in un certo numero di superfici denominate "piani".

Tra due di questi piani, i collegamenti tra i triangoli vanno a comporre i prismi della maglia tridimensionale.

Le variabili di calcolo sono definite in ciascun punto della maglia tridimensionale, compresi il fondo e la superficie. Si tratta quindi di "variabili tridimensionali", ad eccezione, tuttavia, della profondità dell'acqua e della profondità del fondo, che sono ovviamente definite solo una volta lungo una verticale. Esse sono le uniche variabili bidimensionali.

Alcune azioni di TELEMAC-3D vengono quindi condivise con TELEMAC-2D ed utilizzano le stesse librerie, come quella per il calcolo della profondità dell'acqua. Pertanto, è ben chiaro che TELEMAC-3D è in grado di gestire entrambe le maglie con due diverse numerazioni.

4.3.11. Schema numerico

Il software utilizza il metodo FEM.

Una descrizione molto semplice del metodo degli elementi finiti è data qui di seguito.

Il dominio di calcolo Ω è un dominio aperto e delimitato in R^N , con R l'insieme dei numeri reali ed N è la dimensione dello spazio, pari a 3 in TELEMAC-3D.

Γ è il confine, regolare (su di esso può essere definito un vettore normale), di Ω . A livello continuo, le grandezze fisiche (pressione, temperatura, componenti del vettore di velocità, ecc.) sono funzioni di Ω in R . Inoltre, richiediamo che queste funzioni siano integrabili quadrate e integrabili e $L^2(\Omega)$ denota l'insieme delle funzioni quadrate integrabili. Un prodotto scalare può essere definito come:

$$(u, v)_0 = \int_{\Omega} uv \, d\Omega$$

Un sottoinsieme di $L^2(W)$ è composto da funzioni le cui derivate lungo le direzioni N dello spazio sono anch'esse integrabili due volte. Questo garantisce che un gradiente di funzione sarebbe anche integrabile al quadrato.

Questo sottoinsieme è denominato $H^1(\Omega)$.

Un nuovo prodotto scalare è definito in $H^1(\Omega)$ come:

$$(u, v)_1 = \int_{\Omega} uv + \vec{\nabla}(u) \cdot \vec{\nabla}(v) \, d\Omega$$

Gli spazi $L^2(W)$ e $H^1(W)$ con il loro prodotto di punti si chiamano spazi Hilbert. Gli spazi Hilbert sono molto simili agli spazi vettoriali euclidei. Su entrambi, e con l'aiuto del prodotto scalare, possiamo definire:

- la norma

$$|u| = \sqrt{(u, u)}$$

- la distanza

$$d(u, v) = |u - v|$$

- un angolo

$$\cos(\alpha) = \frac{(u, v)}{\|u\| \|v\|}$$

ma la loro dimensione è infinita. $H^1(\Omega)$ è stato descritto con derivate del primo ordine. $H^k(\Omega)$ può essere descritto allo stesso modo, con derivati del k th order, come il set di le cui derivate fino all'ordine k th sono tutte integrabili al quadrato. Gli spazi $H^k(\Omega)$ sono noti come spazi Sobolev.

Per quanto riguarda le equazioni in corso di elaborazione, sono considerate solo le equazioni lineari con derivati parziali.

Ecco alcune delle equazioni lineari che incontreremo più tardi:

Equazione di Helmholtz:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \lambda u = 0$$

Equazione di Poisson

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f$$

Ipotizziamo che la nostra equazione sia nella forma:

$$L(u) = f$$

L'idea generale è quella di sostituire una funzione u sconosciuta, che appartiene ad un infinito spazio dimensionale, con un'approssimazione u_h definita su uno spazio N dimensionale finito.

Prodotto T2.3.1

Questa è un'approssimazione e non è sempre garantito che $L(u_h) = f$. Si cerca semplicemente di ridurre al minimo $L(u_h) - f$ e questo è l'obiettivo del metodo variazionale.

Negli elementi finiti, una funzione u è rappresentata da n numeri reali che sono i valori esatti di u in punti speciali del dominio noti come gradi di libertà. Per gli altri punti, un'interpolazione è sufficiente. Definire una funzione di interpolazione unica, ad esempio una funzione polinomiale, con valori esatti di u per gli n gradi di libertà sarebbe molto complesso, o porterebbe almeno ad una funzione di alto ordine. Quindi, gli elementi finiti rinunciano alla natura univoca della funzione di interpolazione e scelgono una funzione di interpolazione localmente semplice (es. costante, lineare, quadratica).

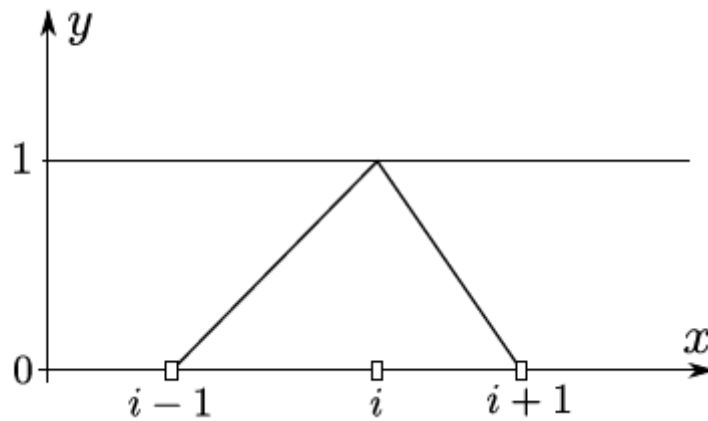
Viene eseguita una divisione dello spazio in segmenti, triangoli, quadrilateri, tetraedri, prismi, ecc. e a questi elementi vengono assegnati i gradi di libertà, ad esempio sui vertici, al centro di gravità, al centro dei lati, ecc.

Così, ogni elemento è descritto sia dall'attributo delle coordinate dei suoi nodi geometrici e di quelli dei suoi nodi di interpolazione. Questo è seguito con una semplice definizione di interpolazione all'interno di ogni elemento. Per esempio, in una dimensione, prendendo i vertici dei segmenti come gradi di libertà, si sceglierà un'interpolazione lineare.

La funzione u_h che si approssima a u e può quindi essere scritta come:

$$u_h = \sum_{i=1}^n u_i \Psi_i$$

dove Ψ_i è una funzione di base definita diversamente, ma in modo lineare, su ogni segmento che termina al punto i . Al di fuori di questi segmenti, Ψ_i è zero. La figura mostra questa funzione base in una dimensione, su una mesh non regolare. Il valore di Ψ_i è 1 al punto i , e 0 su tutti gli altri gradi di libertà.



La

Figura 3 – Esempio di funzione Ψ_i

proprietà $\sum_{i=1}^n \Psi_i = 1$ è molto importante ed è la chiave per diverse dimostrazioni.

In due dimensioni, con triangoli e interpolazione lineare, ogni base $\Psi_i(x, y)$ sarà scritta come segue $ax+by+by+c$, a , b e c a seconda del triangolo, in modo da ottenere il valore 1 ai punti i e 0 agli altri. La figura seguente invece mostra l'estensione e i valori nodali di una base lineare su base finita.

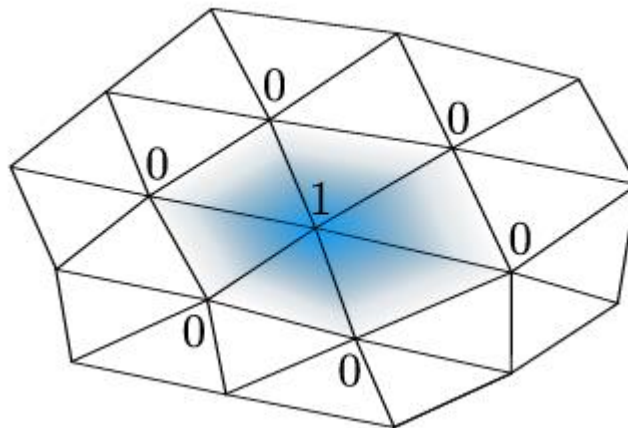


Figura 4 – Esempio mesh

Prodotto T2.3.1

Queste funzioni di base sono talvolta chiamate "funzioni di forma". Con un'interpolazione lineare, una funzione lineare u sarà rappresentata fedelmente. Si dice che si trova nello spazio di approssimazione. La funzione interpolazione può anche essere quadratica, o di qualsiasi altro ordine che consenta la rappresentazione dei gradi di libertà, ma anche di alcuni delle sue derivate. A volte, ed è così per i quadrilateri, l'elemento è troppo complesso per ottenere una semplice definizione dell'interpolazione. Quindi, si ritorna ad un elemento di riferimento più regolare (un quadrato nel caso di un quadrilatero) e si definisce una trasformazione geometrica tra i due spazi. L'interpolazione è semplice solo nello spazio di riferimento, tranne nel caso di elementi semplici: segmenti, triangoli, segmenti, triangoli e tetraedri con interpolazione lineare.

In TELEMAT-3D vengono utilizzati gli elementi finiti Lagrange: P1 si basa su elementi prismatici 3D. Le basi che utilizziamo possono essere scomposte nel prodotto di base 2D con basi verticali:

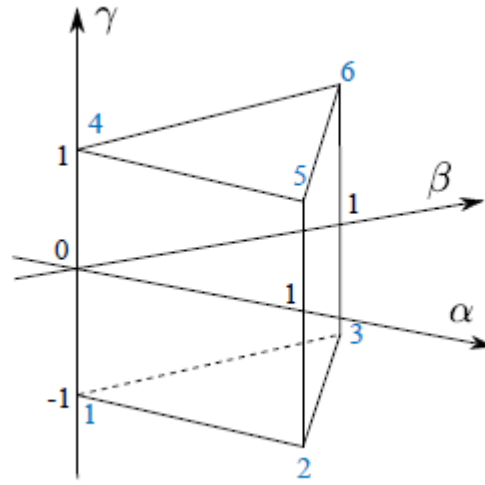
$$\Psi = \Psi^H \Psi^V$$

con

$$\sum_{i=1}^n \Psi_i = 1, \quad \sum_{i=1}^{n_{point2}} \Psi_i^H = 1, \quad \sum_{i=1}^{n_{plan}} \Psi_i^V = 1$$

dove n_{point2} è il numero di punti della mesh 2D, n_{plan} è il numero di punti lungo la verticale, Ψ^H è rappresentato nella figura e Ψ^V è una base P1 1-D lungo z , come rappresentato nella figura, ma definita sui quadrangolari che compongono le facce laterali dei prismi.

Al fine di semplificare i calcoli delle matrici derivanti dalle formulazioni degli Elementi Finiti, esse sono calcolate in elementi di riferimento e con basi di riferimento. Ogni elemento della mesh reale viene trasformato in elemento di riferimento, e i contributi elementari vengono calcolati in modo disaccoppiato in ogni elemento. In TELEMAT-3D, l'elemento viene applicata la tecnica Edge-by-Edge e non esiste una matrice globale.



*Figura 5 - Schizzo dell'elemento di riferimento
utilizzato in TELEMAR-3D.*
*Gli indici dei nodi sono indicati in blu, mentre le coordinate
del sistema (alfa, beta, gamma) sono indicate in nero.*

Le funzioni base Φ corrispondenti ai 6 nodi dell'elemento di riferimento letti:

$$\begin{aligned}
 \Phi_1 &= (1 - \alpha - \beta)(1 - \gamma)/2 & \Phi_4 &= (1 - \alpha - \beta)(1 + \gamma)/2 \\
 \Phi_2 &= \alpha(1 - \gamma)/2 & \Phi_5 &= \alpha(1 + \gamma)/2 \\
 \Phi_3 &= \beta(1 - \gamma)/2 & \Phi_6 &= \beta(1 + \gamma)/2
 \end{aligned}$$

Le funzioni di base Ψ_i nella mesh reale sono ottenute con una trasformazione isoparametrica di Φ_i

I nodi degli elementi prismatici nella mesh reale hanno coordinate (x_i, y_i, z_i) .

Le coordinate di un punto $P(x, y, z)$ all'interno di un elemento della mesh reale sono correlate alle coordinate dell'elemento di riferimento da:

$$x = \sum_{i=1}^6 x_i \Phi_i(\alpha, \beta, \gamma), \quad y = \sum_{i=1}^6 y_i \Phi_i(\alpha, \beta, \gamma), \quad z = \sum_{i=1}^6 z_i \Phi_i(\alpha, \beta, \gamma)$$

Poiché le facce laterali dei prismi sono verticali, alcune coordinate coincidono: $x_1 = x_4, y_1 = y_4, x_2 = x_5, y_2 = y_5, x_3 = x_6, y_3 = y_6$, in modo che le relazioni siano semplificate in

$$x = (1 - \alpha - \beta)x_1 + \alpha x_2 + \beta x_3$$

$$y = (1 - \alpha - \beta)y_1 + \alpha y_2 + \beta y_3$$

$$z = \frac{1}{2}[(1 - \alpha - \beta)z_1 + \alpha z_2 + \beta z_3](1 - \gamma) + \frac{1}{2}[(1 - \alpha - \beta)z_4 + \alpha z_5 + \beta z_6](1 + \gamma)$$

Lo Jacobiano di questa trasformazione, indicato con $|J|$, recita:

$$|J| = [(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) + (x_1 - x_3)(y_2 - y_1)] \cdot [(1 - \alpha - \beta)z_4 + \alpha z_5 + \beta z_6 - (1 - \alpha - \beta)z_1 - \alpha z_2 - \beta z_3]$$

Sia F la trasformazione che da (α, β, γ) produce (x, y, z) . Le basi nella maglia reale Y_i sono ottenute dalle basi nell'elemento di riferimento attraverso:

$$\Psi_i(x, y, z) = \Phi_i(F^{-1}(x, y, z))$$

In alcune parti dell'algoritmo è necessario un approccio bidimensionale, come ad esempio nella superficie libera o per il calcolo dell'attrito nella fase di diffusione. Nel caso del 2-D integrale, si utilizzano elementi triangolari con interpolazione lineare. Per bordi laterali verticali, si utilizzano quadrilateri con interpolazione lineare. Gli elementi di riferimento sono: un triangolo con nodi a (0;0), (0;1), (1;0), (1;0) e un quadrato con nodi (1;1), (1;1), (1;1), (1;1), (1;1), come rappresentata nella figura precedente. Le funzioni di interpolazione lineare per il triangolo sono:

$$\Phi_1 = (1 - \xi - \lambda)\Phi_2 = \xi\Phi_3 = \lambda$$

e per i quadrilateri:

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= (1 - \xi - \lambda + \xi\lambda)/4\Phi_2 = (1 + \xi - \lambda - \xi\lambda)/4\Phi_3 = (1 + \xi + \lambda + \xi\lambda)/4\Phi_4 \\ &= (1 - \xi + \lambda - \xi\lambda)/4 \end{aligned}$$

4.3.11.1. Modulo di Water quality

TELAMAC-2D offre la possibilità di simulare semplici processi di qualità dell'acqua tramite la libreria Waqtel.

Questa libreria è stata originariamente implementata nel codice Tracer (modulo di trasporto del sistema 1D Mascaret). Finora, la libreria è strettamente legata al TELEMAT-2D, tuttavia, nelle prossime release, sarà dissociata per costruire un modulo separato del sistema Telemac-Mascaret.

Questa libreria offre l'utilizzo di 5 processi di qualità dell'acqua (WAQ). Questi processi generano fonti termini che si aggiungono all'equazione avvezione-diffusione risolta in TELEMAT-2D. Questi processi sono i seguenti:

Prodotto T2.3.1

- Modulo O2: che fornisce l'evoluzione dell'ossigeno O_2 nel flusso e tiene conto dell'interazione con il carico organico e il carico ammoniacale. Questo modulo è semplice in quanto non prende in considerazione tutta la complessità dei fenomeni biologici legati alla produzione, all'eliminazione e al trasporto dell'ossigeno;
- Modulo biomassa: permette il calcolo della biomassa algale. Stimola la colonizzazione vegetale in funzione di diversi parametri come il sole, la temperatura dell'acqua, il rapporto di rinnovo dell'acqua, ecc. Questo modulo introduce e utilizza 5 traccianti:
 - biomassa fitoplanctonica (*PHY*)
 - Fosforo minerale disciolto PO_4
 - il fosforo degradabile assimilato dal fitoplancton (*POR*)
 - l'azoto minerale disciolto assimilato dal fitoplancton (NO_3)
 - l'azoto degradabile assimilato dal fitoplancton (*NOR*)
- Modulo Eutro: questo modulo descrive l'ossigenazione di un fiume. E' molto più complesso rispetto al modulo O2 in quanto tiene conto della fotosintesi vegetale e dei nutrienti e delle sostanze nutritive e le loro interazioni con il fitoplancton. Questo modulo introduce 8 traccianti:
 - fosforo assimilato dal fitoplancton (*POR*)
 - ossigeno disciolto O_2
 - biomassa fitoplanctonica (*PHY*)
 - fosforo minerale disciolto (PO_4)
 - l'azoto minerale disciolto degradabile assimilato dal fitoplancton (NO_3).
 - l'azoto degradabile assimilato dal fitoplancton (*NOR*)
 - carico ammoniacale (NH_4)
 - carico organico (*L*)

Questi rivelatori sono in mg/l, ad eccezione della biomassa che è data in g.

4.4. NEMO

NEMO (Nucleus for European Modelling of the Ocean) è un modello numerico open-source sviluppato in Francia e largamente utilizzato dalla comunità oceanografica internazionale.

4.4.1. Equazioni di Governo

4.4.1.1. Equazioni Principali

NEMO è un modello numerico tridimensionale, a superficie libera, con coordinate che seguono il terreno e che risolvono le equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds utilizzando le approssimazioni idrostatica e di Boussinesq secondo l'ipotesi di moto in acqua bassa. Le equazioni del modello scritte in coordinate cartesiane sono le stesse di ROMS:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla u - fv = -\frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\overline{u'w'} - v \frac{\partial u}{\partial z} \right) + F_u + D_u$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla v + fu = -\frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\overline{v'w'} - v \frac{\partial v}{\partial z} \right) + F_v + D_v$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

l'incompressibilità del campo di velocità si traduce nell'annullamento della sua divergenza:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

mentre il trasporto dei campi scalari C attivi (Temperatura e Salinità) e passivi, è descritto dall'equazione di diffusione-avvezione:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla C = -\frac{\partial}{\partial z} \left(\overline{C'w'} - D_0 \frac{\partial C}{\partial z} \right) + F_C + D_C$$

è inoltre necessaria un'equazione di stato che ponga in relazione i campi scalari attivi (temperatura e salinità) con la densità del fluido:

$$\rho = \rho(T, S, P)$$

La barra sovrastante le variabili e l'apice ne indicano rispettivamente la media temporale e la fluttuazione rispetto ad essa. Il seguente elenco riporta il significato delle variabili del problema:

- $C(x,y,z,t)$: temperatura, salinità ed eventuali campi scalari passivi
- D_u, D_v, D_c : termini diffusivi opzionali
- F_u, F_v, F_c : termini forzanti e di sorgente
- $f(x,y)$: parametro di Coriolis
- g : accelerazione di gravità
- $h(x,y)$: profondità riferita al livello medio del mare
- $H_z(x,y,z)$: spaziatura tra i livelli verticali della griglia
- n, n_q : viscosità e diffusività molecolari
- K_M, K_C : eddy viscosity e diffusivity verticali
- P : pressione totale ($P \sim -\rho_0 g z$)
- $\rho_0 + \rho(x,y,z,t)$: densità locale totale
- $S(x,y,z,t)$: salinità
- t : tempo
- $T(x,y,z,t)$: temperatura potenziale
- u, v, w : componenti di del campo di velocità
- x, y : coordinate orizzontali
- z : coordinata verticale
- $z(x,y,t)$: elevazione della superficie libera

Queste equazione vengono chiuse parametrizzando gli stress di Reynolds e i flussi turbolenti dei traccianti nel modo seguente:

$$\overline{u'w'} = -K_M \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \overline{v'w'} = -K_M \frac{\partial v}{\partial z}, \quad \overline{C'w'} = -K_C \frac{\partial C}{\partial z}$$

Le forzanti e la dissipazione orizzontale sono incluse nei termini F e D mentre il mixing verticale e orizzontale sarà spiegato nel seguito.

4.4.1.2. Modelli di Chiusura della Turbolenza

Il modello numerico NEMO prevede diversi modelli per la chiusura del problema della Turbolenza.

4.4.1.2.1. Costante

In prima approssimazione è possibile scegliere un valore costante per la viscosità turbolenta verticale. Il modello consiglia l'utilizzo di quest'opzione nelle

applicazione più prettamente oceanografiche e non nelle simulazioni che hanno scala di bacino. Il valore suggerito è il seguente:

$$K_M = 1.2 \cdot 10^{-5} m^2 s^{-1}$$

4.4.1.2.2. Valore dipendente dal Numero di Richardson

La viscosità turbolenta può essere calcolata a partire dal Numero di Richardson. In questo caso risulta essere pari a:

$$K_M = \frac{K_{M_{ric}}}{(1 + a Ri)^n} + K_{M_{cost}}$$

Dove Ri è il numero di Richardson valutato come $Ri = N^2 / (\partial_z v)^2$ con N che indica la frequenza di Brunt-Vaisala, $K_{M_{ric}}$ è il valore massimo che può essere ottenuto con $Ri \leq 0$ ed è uguale $K_{M_{ric}} = 10^{-4} m^2 s^{-1}$, a ed n sono due costanti e valgono rispettivamente $a = 0.5$, $n = 0.2$. $K_{M_{cost}}$ è il valore di background di viscosità turbolenta nel caso in cui si scelga l'opzione "costante" descritta precedentemente.

4.4.1.2.3. Equazione dell'Energia Cinetica Turbolenta (TKE)

La viscosità turbolenta può essere calcolata da un modello di chiusura che prevede la risoluzione dell'equazione per l'energia cinetica turbolenta k. Questo modello di chiusura è stato sviluppato per applicazioni atmosferiche e successivamente modificato in NEMO per condurre simulazioni relative all'Oceano Atlantico.

L'equazione per k è la seguente:

$$\frac{\partial k}{\partial t} = \frac{K_M}{e_3^2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] - K_\rho N^2 + \frac{1}{e_3} \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{K_M}{e_3} \frac{\partial k}{\partial z} \right] - C_\epsilon \frac{k^{-3/2}}{l_\epsilon}$$

$$K_M = C_k l_k \sqrt{k}$$

$$K_\rho = A^{vm} / P_{rt}$$

Dove k indica appunto l'energia cinetica turbolenta (tke), l_ϵ e l_k sono le lunghezze scala di dissipazione e di mixing, P_{rt} è il numero di Prandtl, K_M e K_ρ sono i coefficienti di viscosità e diffusività turbolenta. C_k e C_ϵ sono due costanti e valgono rispettivamente $C_k = 0.2$ e $C_\epsilon = 0.7$. N indica la frequenza di Brunt-Vaisala.

4.4.1.2.4. Generic Length Scale (GLS)

In NEMO è disponibile un modello a 2 equazioni per la chiusura del problema della Turbolenza chiamato GLS. Questo modello sfrutta le similitudini tra i modelli più di chiusura della turbolenza a 2 equazioni come il k-ε e il k-ω: infatti presenta un'equazione per k e una per il generico parametro ψ legato alle altre grandezze turbolente dalla seguente relazione dimensionale $\psi = c^p k^m l^n$.

$$\begin{cases} \frac{\partial k}{\partial t} + U_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} \left(K_M \frac{\partial k}{\partial z} \right) + P + B + \varepsilon \\ \frac{\partial \psi}{\partial t} + U_i \frac{\partial \psi}{\partial x_i} = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial z} \left(K_M \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \frac{1}{k} (c_1 P + c_3 B + c_2 \varepsilon) \end{cases}$$

4.4.2. Condizioni al contorno

4.4.2.1. Condizioni al contorno verticali

Le condizioni al contorno verticali per la velocità sono espresse alla Neumann:

- in superficie, ovvero per $z = \eta(x, y, t)$:

$$K_M \frac{\partial u}{\partial z} = \tau_s^x(x, y, t)$$

$$K_M \frac{\partial v}{\partial z} = \tau_s^y(x, y, t)$$

$$K_C \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{Q_C}{\rho_0 C P}$$

La condizione di interfaccia atmosfera-oceano è espressa come segue :

$$w = \frac{\partial \eta}{\partial t} + \vec{v}_{z=\eta} \cdot \nabla_h(\eta) + P - E$$

- sul fondo, ovvero per $z = -h(x, y)$:

$$K_M \frac{\partial u}{\partial z} = \tau_b^x(x, y, t)$$

$$K_M \frac{\partial v}{\partial z} = \tau_b^y(x, y, t)$$

$$K_C \frac{\partial C}{\partial z} = 0$$

La condizione di interfaccia fondo-oceano è espressa come segue:

$$w = -\vec{v}_{z=\eta} \cdot \nabla_h(H)$$

Dove

- Q_C è il flusso di concentrazione superficiale dello scalare C
- $\tau_s^x(x, y, t)$, $\tau_s^y(x, y, t)$ sono le componenti dello stress superficiale dovuto al vento,
- $\tau_b^x(x, y, t)$, $\tau_b^y(x, y, t)$ rappresentano lo stress sul fondo.

Lo stress superficiale è calcolato a partire dal campo di vento secondo la formula (quadratica nella velocità):

$$\tau_s = \rho_{aria} C \sqrt{U_{10}^2 + V_{10}^2} \mathbf{V}_{10}$$

dove U_{10} e V_{10} sono le componenti della velocità del vento \mathbf{V}_{10} a 10 m di altezza sulla superficie del mare e C è una costante.

La tensione al fondo invece è calcolata in funzione della velocità all'ultimo layer tramite un legame che può essere quadratico o logaritmico. Ad esempio, nel caso di legame quadratico, il vettore della tensione al fondo si ottiene dalla seguente relazione:

$$\tau_b = \rho_{H_2O} C_D \sqrt{u_b^2 + v_b^2} \mathbf{v}_b$$

Dove \mathbf{v}_b indica le componenti orizzontali della corrente al fondo e C_D è un coefficiente di resistenza costante il cui valore è solitamente dell'ordine di 10^3 .

Nel caso del legame logaritmico, la relazione è la seguente:

$$\tau_b = \rho_{H_2O} \left(\frac{k}{\ln(z_b/z_0)} \right)^2 \sqrt{u_b^2 + v_b^2} \mathbf{v}_b$$

Dove il coefficiente di resistenza è sostituito dal quadrato dell'espressione tra parentesi, in cui k è la costante di von Karman ed è posta uguale a 0.41, z_b è la quota del primo layer a partire dal fondo e z_0 invece rappresenta il livello di riferimento in cui la velocità è nulla.

4.4.2.2. Condizioni al contorno orizzontali

NEMO ha la possibilità di implementare diverse tipologie di condizioni al contorno laterali, che possono consistere in bordi con aperti, chiusi o di tipo periodico. In base alla scelta effettuata NEMO necessita dei valori dei campi ai bordi forniti in maniera analitica o attribuendo valori punto per punto.

NEMO recentemente ha preso campo nella modellazione di aree costiere ed estuarine a causa della sua duttilità. Infatti prende in considerazione una vasta gamma di forzanti:

- Propagazione di onde di marea;
- Azione della forza di Coriolis;
- Influenza della temperatura orizzontale o dei gradienti di salinità sulla densità;
- Influenza dei fattori meteorologici: pressione atmosferica e vento;
- Influenza dell'afflusso di fiumi e torrenti.

4.4.3. Griglia Computazionale

NEMO può risolvere le equazioni del moto utilizzando diversi sistemi di coordinate verticali. Il modello numerico infatti permette la scelta tra coordinate z curvilinee, coordinate sigma e coordinate z^* . Le coordinate z curvilinee vengono comunemente usate insieme alle coordinate sferiche nelle applicazioni in cui i domini di calcolo sono particolarmente estesi.

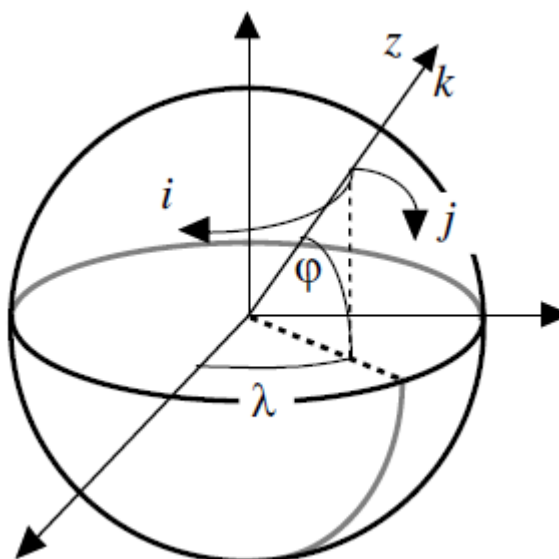


Figura 6 – Esempio di coordinate z in NEMO

Le coordinate sigma sono del tipo terrain-following e sono del tutto analoghe a quelle implementate in DELFT3D e ROMS.

Le coordinate z^* invece rappresentano una peculiarità di NEMO rispetto agli altri modelli, infatti in questo caso i layer seguono l'andamento della superficie libera. Nella figura di seguito si possono osservare z -layer e z^* -layer a confronto.

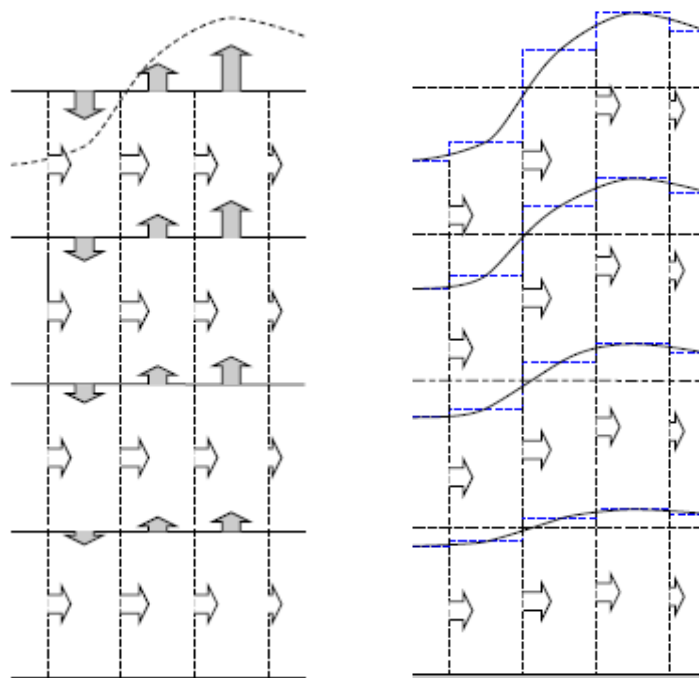


Figura 7 - A sinistra un esempio di coordinate z , a destra un esempio di coordinate z^*

Inoltre è possibile, attraverso diverse funzioni di stretching, variare con una certa libertà la distribuzione del numero di livelli lungo la direzione verticale. In questo modo può essere ottenuta una migliore risoluzione in superficie o sul fondo in base alle finalità del modello.

La discretizzazione orizzontale è effettuata con maglie rettangolari (griglia Arakawa-C) dove i campi scalari e le componenti del campo di velocità sono valutate su griglie differenti, reciprocamente sfalsate (*staggered grid*) e le coordinate verticali seguono il terreno.

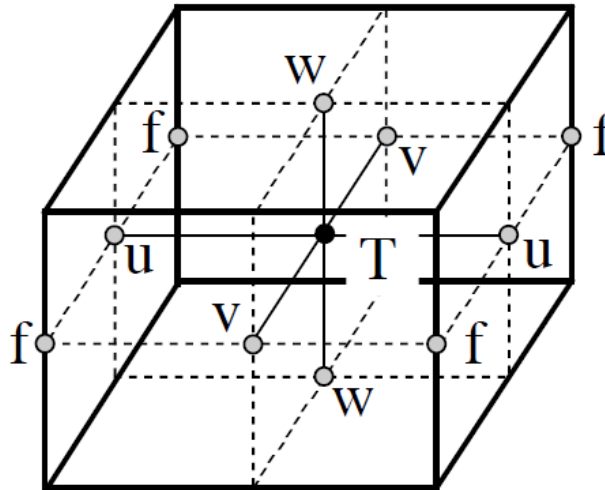


Figura 8 - Griglia di NEMO: staggerata in orizzontale e in verticale.

Nei punti T vengono calcolati i traccianti, le velocità invece sono calcolate nei nodi sfalsati.

4.4.4. Schema numerico

Il time-stepping utilizzato segue lo schema RHS (Right-Hand-Side)

$$x^{t+\Delta t} = x^{t-\Delta t} + 2\Delta t \text{ RHS}_x^{t-\Delta t, t, t+\Delta t}$$

Per ogni parte delle equazioni del moto vengono utilizzati diversi schemi numerici:

- la parte non diffusiva è risolta tramite uno schema Leap-Frog,
- la parte diffusiva è risolta tramite schemi in avanti e indietro al primo ordine,
- Il gradiente di pressione idrostatico è risolto con uno schema semi-implicito.

Inoltre, nel caso della parte non diffusiva, è possibile scegliere se utilizzare una versione del Lep-Frog opportunamente modificata.

4.4.5. Moduli Water Quality

NEMO dispone di diversi moduli per la modellazione di fenomeni connessi alle dinamiche di circolazione:

- Modulo per la diffusione e dispersione di traccianti passivi, reattivi e biologici;
- Modulo per il calcolo delle traiettorie di particelle puntuali;
- Modulo per il calcolo del trasporto di sedimenti al fondo e in sospensione;
- Modulo per l'interazione tra acqua marina e ghiaccio.

4.5. SHYFEM

SHYFEM (Shallow Water Hydrodynamic Finite Element Model) è una suite di modelli numerici costituiti da un modello idrodinamico open-source sviluppato dal CNR, a cui sono accoppiati diversi moduli numerici in grado di affrontare svariate tematiche ambientali. Date le sue caratteristiche, tale strumento è utilizzato dalla comunità scientifica internazionale specificatamente per riprodurre la circolazione delle acque e la propagazione del moto ondoso in ambienti costieri quali lagune, estuari e aree portuali. Di seguito si riporta una breve descrizione del modello idrodinamico che costituisce il core del sistema SHYFEM, del modello spettrale d'onda WWM e dei principali moduli numerici utilizzabili in ambito ambientale.

4.5.1. Il modello idrodinamico

Il modello idrodinamico risolve il sistema di equazioni *Shallow Water* nelle 3 dimensioni con approssimazione di Boussinesq in orizzontale e approssimazione idrostatica in verticale nella loro formulazione con i livelli d'acqua e i trasporti (Umgiesser et al., 2004; <https://github.com/SHYFEM-model/shyfem>). Il modello è in grado di riprodurre il campo di moto indotto dai gradienti barotropico, baroclinico e della pressione atmosferica, dagli attriti all'interfaccia aria-mare (*wind drag*) ed all'interfaccia mare-topografia del fondo (*bottom friction*), dall'avvezione non lineare dai processi turbolenti lungo la verticale e dall'azione del moto ondoso.

Il modello utilizza il metodo degli elementi finiti per l'integrazione spaziale e un metodo semi-implicito per l'integrazione temporale del sistema di equazioni considerato. In particolare, il sistema di equazioni risolto dal modello è di seguito descritto:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial U_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial U_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial U_1}{\partial y} - fV_1 \\
 & = -gh_1 \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{gh_1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial x} \int_{-H_1}^{\zeta} \rho^i dz - \frac{h_1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial x} + \frac{1}{\rho_0} (\tau_x^{\text{top}(l)} - \tau_x^{\text{bottom}(l)}) \\
 & + \frac{\partial}{\partial x} \left(A_H \frac{\partial U_1}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_H \frac{\partial U_1}{\partial y} \right) + \frac{F_1^x}{\rho h_1} + gh_1 \frac{\partial \eta}{\partial x} + gh_1 \beta \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\
 & \frac{\partial V_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial V_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial V_1}{\partial y} + fU_1 \\
 & = -gh_1 \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{gh_1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial y} \int_{-H_1}^{\zeta} \rho^i dz - \frac{h_1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial y} + \frac{1}{\rho_0} (\tau_y^{\text{top}(l)} - \tau_y^{\text{bottom}(l)}) \\
 & + \frac{\partial}{\partial x} \left(A_H \frac{\partial V_1}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_H \frac{\partial V_1}{\partial y} \right) + \frac{F_1^y}{\rho h_1} + gh_1 \frac{\partial \eta}{\partial y} + gh_1 \beta \frac{\partial \zeta}{\partial y}
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \sum_I \frac{\partial U_I}{\partial x} + \sum_I \frac{\partial V_I}{\partial y} = 0$$

dove I indica lo strato verticale, U_I e V_I le componenti orizzontali del trasporto nelle direzioni x ed y per ogni strato, u_I e v_I le velocità orizzontali, p_a la pressione atmosferica, g l'accelerazione di gravità, f il parametro di Coriolis, ζ il livello dell'acqua, ρ_0 il valore di riferimento della densità dell'acqua di mare, $\rho = \rho_0 + \rho'$ la densità dell'acqua di mare, τ le componenti orizzontali dello stress all'interfaccia superiore (top) e inferiore (bottom) di ogni livello, h_I lo spessore dello strato, H_I la profondità del fondo dello strato I , A_h la viscosità per la risoluzione della dinamica di sotto-griglia (eddy viscosity). Per il calcolo della diffusività e viscosità verticali è stato usato il modello denominato GOTM (General Ocean Turbulence Model, Burchard and Petersen 1999). L'accoppiamento con il modello spettrale d'onda avviene mediante il calcolo del gradiente dei Radiation Stress (F_x e F_y) indotti dall'onda (Longuet-Higgins and Steward, 1964) secondo la formulazione proposta da Xia et al., (2004) in grado di riprodurre la variabilità verticale della loro intensità.

Il modello considera anche la forzante indotta dall'azione diretta delle principali componenti astronomiche della marea secondo la formulazione dell'Equilibrium Tidal Potential e del Tidal Load con η e β che costituiscono: la somma dei potenziali mareali di ogni componente astronomica moltiplicata per il corrispettivo fattore di elasticità e un fattore che tiene conto delle maree di carico (Kantha, 1995), rispettivamente. Ulteriori dettagli della trattazione numerica sono riportati in Umgiesser et al., (2004) e nel manuale d'uso del modello scaricabile da <https://github.com/SHYFEM-model/shyfem>.

4.5.1.1. Condizioni al contorno

Le condizioni al contorno sono definite sia per le superfici superiori ed inferiori che per i bordi del dominio di calcolo. Nella fattispecie, i termini di attrito all'interfaccia per le superfici superiori ed inferiori sono definiti come:

$$\begin{aligned} \tau_x^{\text{surface}} &= C_D \rho_a w_x \sqrt{w_x^2 + w_y^2} & \tau_x^{\text{bottom}} &= C_B \rho_0 u_L \sqrt{u_L^2 + v_L^2} \\ \tau_y^{\text{surface}} &= C_D \rho_a w_y \sqrt{w_x^2 + w_y^2} & \tau_y^{\text{bottom}} &= C_B \rho_0 v_L \sqrt{u_L^2 + v_L^2} \end{aligned}$$

dove C_D è il coefficiente di attrito del vento, C_B attrito al fondo, ρ_a la densità dell'aria, (w_x, w_y) le componenti della velocità del vento e (u_L, v_L) le componenti della velocità SHYFEM utilizza due tipi di condizioni al contorno orizzontali. Ai bordi aperti vengono imposti i valori per ζ secondo la condizione di Dirichlet, mentre ai bordi chiusi possono essere imposte sia la modalità full slip che prevede l'annullamento delle sole componenti normali della velocità sia la modalità no slip che prevede l'annullamento sia della velocità al bordo chiuso.

4.5.1.2. Metodo numerico

Il modello SHYFEM utilizza il metodo agli elementi finiti per l'integrazione spaziale delle equazioni del moto. Tale metodo prevede una discretizzazione del dominio di indagine mediante l'utilizzo di griglie di calcolo non strutturate e costituite da elementi triangolari di forma e dimensione variabile. Tale metodo permette la riproduzione di geometrie complesse quali quelle che caratterizzano gli ambiti costieri e le aree portuali. Il metodo applicato può comportare uno smorzamento delle soluzioni delle equazioni del moto direttamente proporzionale ai gradienti spaziali delle dimensioni degli elementi di calcolo. Per questo motivo è stato adottato un approccio innovativo per SHYFEM ovvero, l'elevazione della superficie libera e i termini di trasporto sono descritti usando funzioni di forma di ordine diverso. Infatti, la funzione di forma utilizzata per approssimare nello spazio l'elevazione della superficie libera è espressa come lineare all'interno di ogni elemento mentre le funzioni di forma utilizzate per i termini di trasporto sono definite come costanti. Questo tipo di discretizzazione nota come *Arakawa B-grid* è del tutto analoga ad una tipica griglia *staggherata* alle differenze finite con le velocità definite al centro dell'elemento e le elevazioni ai suoi vertici. Il modello inoltre, utilizza sistemi correttivi per contrastare la diffusione numerica associata alla componente esplicita sia per il calcolo dei trasporti che per il calcolo dei traccianti. SHYFEM utilizza uno schema semi-implicito per l'integrazione temporale delle 2 equazioni del momento. Lo schema semi-implicito combina i vantaggi dello schema esplicito con quelli dello schema implicito. L'unica equazione che deve essere risolta implicitamente è l'equazione di continuità. Tale metodo permette di non dover sottostare alle limitazioni dal passo temporale imposte dal criterio CFL in relazione alla celerità delle onde gravitazionali esterne.

4.5.2. Moduli numerici accoppiati

SHYFEM dispone di diversi moduli numerici e interfacce per la modellazione di fenomeni connessi alle dinamiche di circolazione, inclusi:

1. modello spettrale d'onda WWM per la simulazione dei principali processi di generazione propagazione e dissipazione del moto ondoso;
2. modello per la simulazione dei processi di diffusione e dispersione di traccianti passivi, reattivi e biologici su sistema riferimento euleriano;
3. modello per la simulazione dei processi di diffusione e dispersione di traccianti passivi, reattivi e biologici su sistema riferimento lagrangiano;
4. modello per la simulazione del trasporto erosione e deposizione dei sedimenti al fondo;

5. modello per la simulazione dei principali processi biologici che interessano i primi livelli della catena trofica, BFM.

Alcuni dei moduli sopra citati (2, 3 e 4) sono implementati all'interno della suite di software SHYFEM e direttamente distribuiti attraverso *Git Hub* al seguente indirizzo <https://github.com/SHYFEM-model/shyfem>). Per quanto riguarda il modello d'onda WWM e il modello biogeochimico BFM, all'interno di SHYFEM sono incluse le interfacce necessarie all'accoppiamento con i suddetti modelli i quali sono distribuiti, sempre sotto licenza GNU dai corrispettivi sviluppatori. Di seguito si descrivono i moduli numerici che, oltre alla componente idrodinamica, saranno utilizzati al fine di ottemperare alle richieste progettuali, ovvero: il modello d'onda WWM, e i modelli di trasporto Euleriano e Lagrangiano.

4.5.2.1. Il modello d'onda

WWM è un modello spettrale d'onda di terza generazione che utilizza il metodo degli elementi finiti per la risoluzione delle *Wave Action Equation* (WAE). Nel sistema di riferimento cartesiano le WAE sono di seguito riportate:

$$\frac{\partial}{\partial t} N + \nabla_x (C_x) + \frac{\partial}{\partial \sigma} (C_\sigma N) + \frac{\partial}{\partial \theta} (C_\theta N) = S_{tot}$$

dove N è lo spettro della densità dell'energia (*Wave Action*), t è il tempo, x e y i versori dello spazio geografico, C_x è la velocità di propagazione, C_σ e C_θ sono le velocità di propagazione nello spazio delle frequenze σ e nello spazio delle direzioni θ . Il modello d'onda è accoppiato al modello idrodinamico mediante sistema FIFO, che permette lo scambio bidirezionale di informazione a prefissati passi temporali tra 2 processi. Entrambi i modelli utilizzano la stessa griglia di calcolo agli elementi finiti e, a predefiniti passi di integrazione, il modello idrodinamico fornisce i campi di velocità, e le profondità di ogni elemento di calcolo tenendo in considerazione le variazioni dovute ai livelli superficiali. Tali informazioni sono utilizzati dal modello d'onda per calcolare i processi di rifrazione dovuti alla corrente e i processi di *shoaling*. In particolare, le velocità di propagazione nei diversi spazi sono così definite:

$$\begin{aligned} C_x &= C_g + \mathbf{U} \\ C_\theta &= \frac{1}{k} \frac{\partial \sigma}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial m} + \mathbf{k} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial s} \\ C_\sigma &= \frac{\partial \sigma}{\partial H} \left(\frac{\partial H}{\partial t} + U_A \cdot \nabla_x H \right) + C_g \mathbf{k} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial s} \end{aligned}$$

dove \mathbf{U} è il vettore velocità calcolato dal modello idrodinamico, relativo al primo livello nel caso di approssimazione *Deep Water* e ottenuto come media lungo la colonna d'acqua in approssimazione *Shallow Water*, s e m le direzioni lungo la propagazione dell'onda e perpendicolare a questa, \mathbf{k} è il vettore numero d'onda costituito da k_x e k_y e k il modulo, C_g è la velocità di gruppo e H la profondità fornita dal modello idrodinamico. Il modello risolve l'avvezione nello spazio geografico mediante schemi numerici agli elementi finiti (*Residual Distribution Schemes*) mentre risolve le componenti spettrali dell'avvezione mediante schema quickest (Tolman, 1991).

Il termine sorgente S_{tot} è così esplicitato:

$$S_{tot} = S_{in} + S_{nl4} + S_{ds} + S_{nl3} + S_{br} + S_{df}$$

include il termine di input energetico dovuto al vento S_{in} , i termini per la simulazione dei processi di interazione non lineare tra onde sia in regime *deep* che *shallow water* S_{nl4} e S_{nl3} , i termini di dissipazione energetica da *whitecapping* e *depth-induced breaking* S_{ds} e S_{br} , e il termine di dissipazione da attrito al fondo S_{df} .

WWM e SHYFEM sono accoppiati secondo la modalità FIFO che prevede ad ogni preselezionato intervallo di calcolo di attivare un trasferimento di dati dal modello d'onda al modello idrodinamico e viceversa. In particolare, ricevuti i dati relativi a corrente e profondità dal modello idrodinamico il modello d'onda calcola i termini di radiation stress sia nella formulazione di Xia et al., (2004) sia usando la formulazione del *vortex force*. Si fa riferimento a Roland et al., (2008) e Ferrarin et al., (2013) per una dettagliata descrizione del modello idrodinamico e dell'approccio utilizzato per l'accoppiamento dei due moduli numerici.

4.5.2.2. Modello di trasporto Euleriano

Il modello idrodinamico agli elementi finiti è stato accoppiato con un modello per la simulazione dei processi di trasporto e dispersione di sostanze disciolte in acqua quali inquinanti organici e metalli pesanti.

Tale modulo si basa su un approccio di tipo euleriano alla soluzione dell'equazione di avvezione-diffusione. Si consideri la concentrazione C di una sostanza in un punto della griglia di calcolo nel tempo t al livello l . L'evoluzione di tale concentrazione nel tempo e nello spazio è calcolabile mediante la risoluzione della seguente equazione differenziale:

$$\frac{\partial C_l}{\partial t} + u_l \frac{\partial C_l}{\partial x} + v_l \frac{\partial C_l}{\partial y} = K \left(\frac{\partial^2 C_l}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_l}{\partial y^2} \right) + \phi$$

dove $u_l \frac{\partial C_l}{\partial x} + v_l \frac{\partial C_l}{\partial y}$ sono i termini di trasporto con u_l e v_l le velocità calcolate per ogni livello l dalla soluzione del precedente sistema di equazioni, $K \left(\frac{\partial^2 C_l}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_l}{\partial y^2} \right)$ sono i termini di diffusione (equazione di *Fick*) con K coefficiente di diffusività orizzontale, e infine ϕ racchiude le sorgenti e i pozzi quali i processi di *weathering* a cui tale sostanza può essere soggetta. Sotto l'aspetto numerico, la risoluzione di tale set di equazioni avviene in un sistema di riferimento solidale con la griglia di calcolo e in modo accoppiato con il sistema di equazioni idrodinamiche.

4.5.2.3. Modello di trasporto Lagrangiano

Il modello idrodinamico SHYFEM è inoltre accoppiato con un modello per la simulazione dei processi di trasporto e dispersione di sostanze disperse in acqua, con comportamento attivo come gli idrocarburi. Tale modello si basa su un approccio lagrangiano alla soluzione dell'equazione di avvezione-diffusione. Noto come *Particle Tracking Model* (PTM). Il suddetto modulo risolve il seguente set di equazioni differenziali:

$$\frac{\partial x}{\partial t} = u_a + u_d$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = v_a + v_d$$

dove u_a , v_a sono le velocità avettive per ogni livello l e u_d , v_d sono le componenti diffusive calcolate lungo l'asse x e y . Le componenti u_a e v_a sono espresso come:

$$u_a = \alpha_c u_l + \alpha_w w_x$$

$$v_a = \alpha_c v_l + \alpha_w w_y$$

where u_l , v_l sono le velocità calcolate per il primo livello verticale dal modello idrodinamico SHYFEM; w_x , w_y sono le velocità del vento calcolate a 10 m dalla superficie del mare e α_w e α_c sono i fattori di correzione per il vento e la corrente generalmente pari a 0.01 e a 1.1. Le componenti orizzontali della velocità turbolenta u_d and v_d sono calcolate mediante una tecnica *random walk*.

Sotto l'aspetto numerico, la risoluzione di tale set di equazioni avviene in modo accoppiato con il sistema di equazioni idrodinamico. Si riporta a Cucco et al., (2009, 2015) per una dettagliata descrizione del metodo numerico utilizzato.

5. Caso studio

Al fine di testare i 3 modelli numerici ROMS, DELFT3D e TELEMAC-3D, di cui sono riportate le descrizioni, si è scelto di elaborare un caso studio del quale è nota la soluzione analitica. Dunque, è stato modellato un canale di sezione rettangolare e pendenza costante con l'obiettivo di ottenere un moto uniforme.

Le caratteristiche fisiche del canale sono le seguenti:

- Larghezza $b = 50 \text{ m}$
- Lunghezza $l = 1000 \text{ m}$
- Scabrezza del fondo $Y_r = 0.03 \text{ m}$
- Pendenza del fondo $i_f = 0.001$

Come condizioni al contorno del canale vengono imposte:

- Portata in ingresso $Q_i = 300 \text{ m}^3/\text{s}$
- Portata in uscita $Q_u = 300 \text{ m}^3/\text{s}$

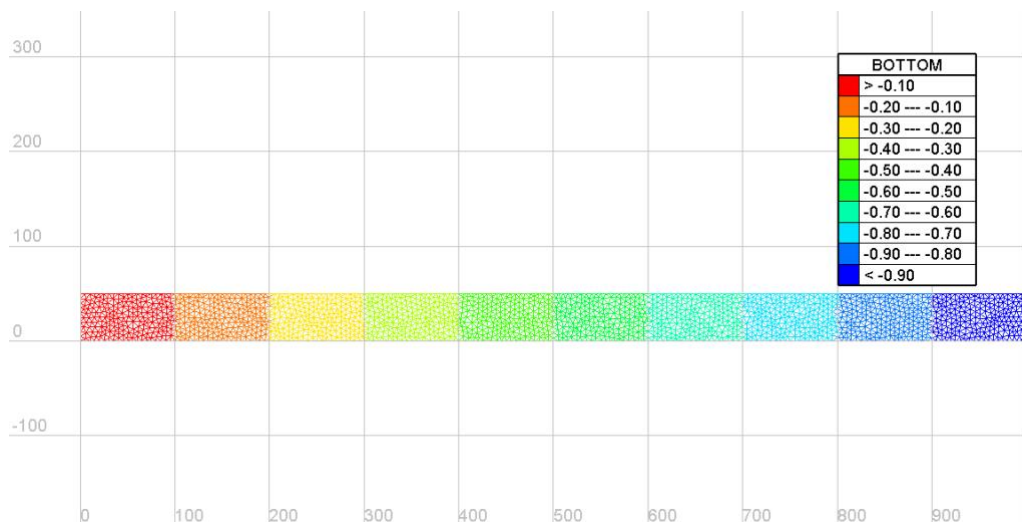
Secondo la soluzione analitica del problema in esame si deve avere

- Profondità di moto uniforme $Y_u = 2.428 \text{ m}$
- Velocità di moto uniforme $U = 2.471 \text{ m/s}$

5.1. TELEMAC-3D

In Telemac-3D la struttura del canale è stata modellata con una mesh triangolare non strutturata con grandezza media dei lati dei triangoli pari a 5 metri.

La mesh conta 4000 elementi collegati insieme da 2211 nodi per ogni layer



orizzontale.

È stato scelto un numero di 25 sigma layer verticali equispaziati.

Come condizione iniziale sul dominio è stata data una profondità costante di 2.5 metri, molto vicina alla profondità di moto uniforme.

Le simulazioni sono state effettuate con un time step computazionale pari a 0.15 secondi per un totale di 8 ore di simulazione, tempo considerato più che sufficiente per portare il modello in regime stazionario.

Sono state fatte quattro simulazioni con 4 modelli di turbolenza diversi:

- modello K-Epsilon
- modello mixing length – Nezu & Nakagawa
- modello mixing length – Prandtl
- modello mixing length – Quentin

I Modelli di mixing length danno tre diverse condizioni di lunghezza di mescolamento.

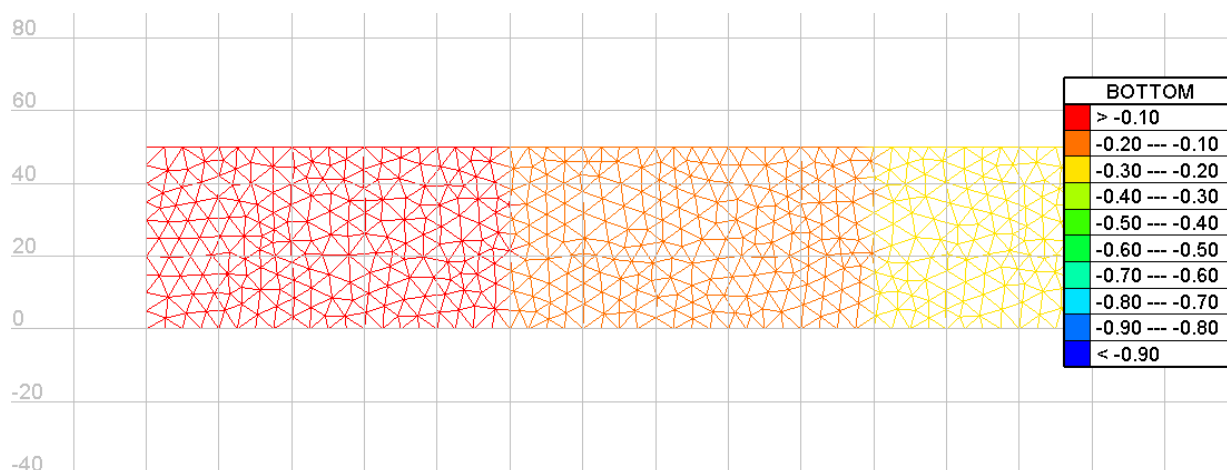


Figura 9 – Mesh utilizzate nelle simulazioni

Come condizioni iniziali ai bordi sono stati dati due valori di portata.

La simulazione con queste impostazioni non riesce a terminare il run e va in crash dopo circa un'ora.

Per portare a termine una simulazione bisogna alzare il livello di partenza fino a circa 4 metri. Con questa impostazione iniziale il run va a conclusione ma i risultati non sono quelli auspicati.

Il moto che si sviluppa non è uniforme ed ha raggiunto uno stato stazionario.

I risultati sono analoghi per tutti i tre modelli di mixing length e quello riportato è il modello di Nezu e Nakagawa

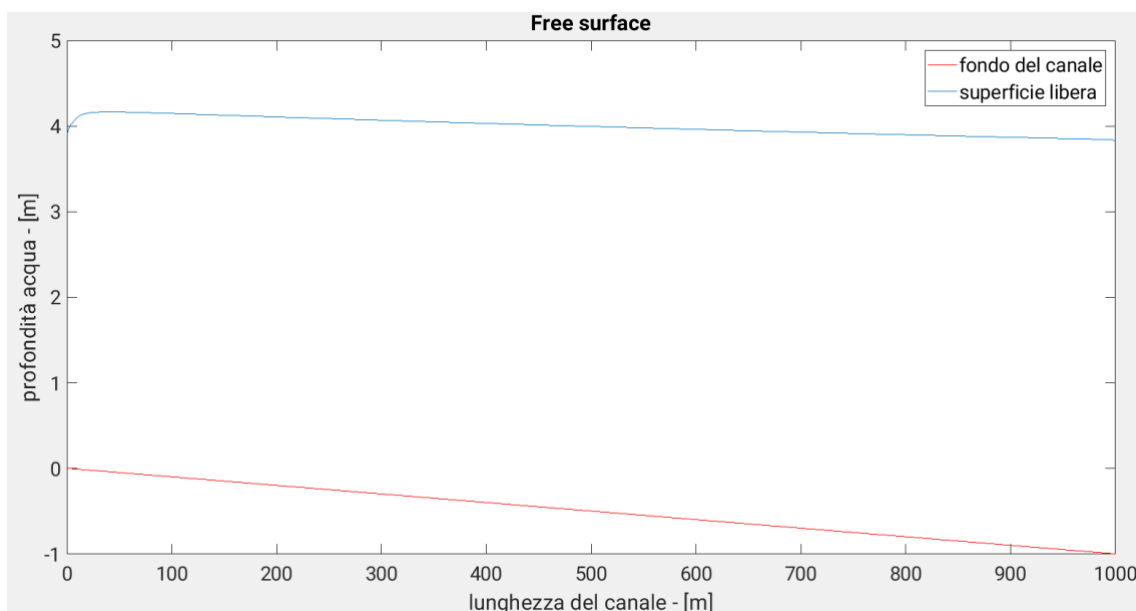


Figura 10 – Andamento della superficie libera

Prodotto T2.3.1

La superficie libera non è parallela al fondo, condizione che si sviluppa in

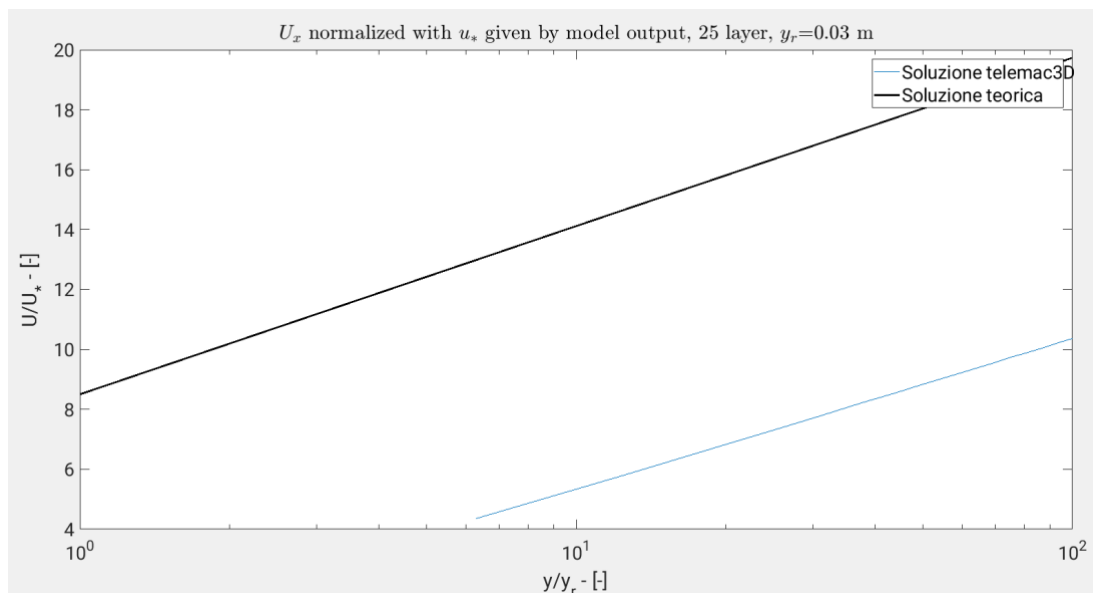
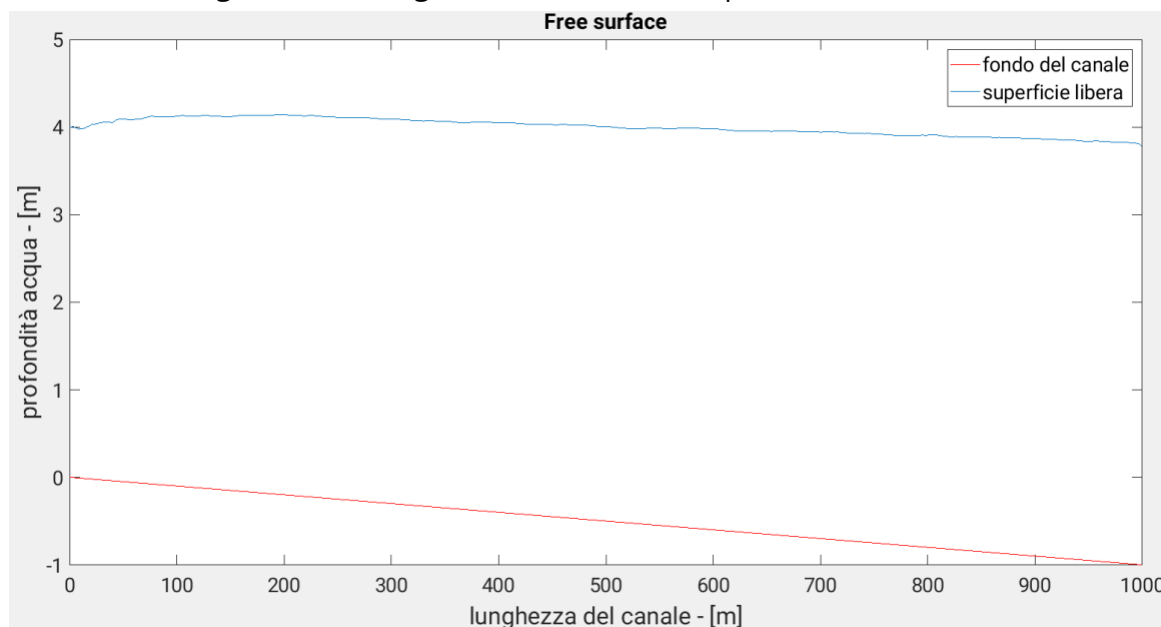


Figura 11 - Confronto soluzione pelo libero e fondo del canale. Il risultato non è accettabile come moto uniforme.

condizioni di moto uniforme.

Nel grafico semilogaritmico sottostante possiamo vedere come la soluzione

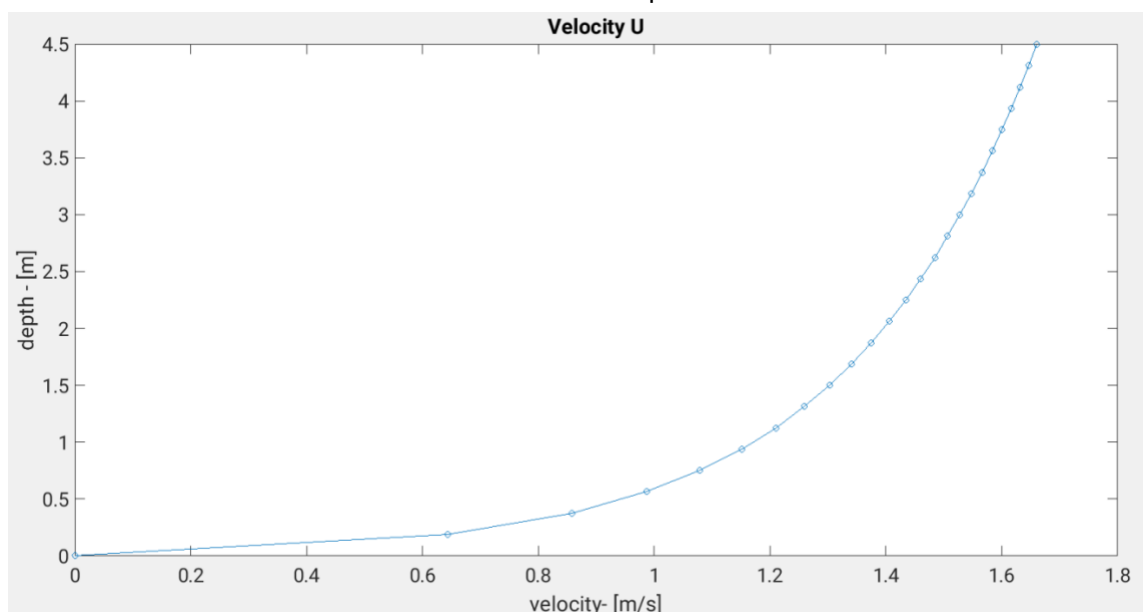


numerica si discosti pesantemente dalla soluzione teorica.

Utilizzando invece il modello di chiusura del K-Epsilon si riscontrano sempre gli stessi problemi di instabilità numerica e i risultati sono analoghi, con un ulteriore problema sulla chiusura del modello di turbolenza stesso.

L'andamento della superficie libera è analogo a quello mostrato precedentemente ma subisce delle oscillazioni che rendono il profilo poco stabile e con una forma non soddisfacente.

La soluzione numerica confrontata con quella analitica da un confronto non



soddisfacente e simile a quelli ricavati con i modelli di mixing length

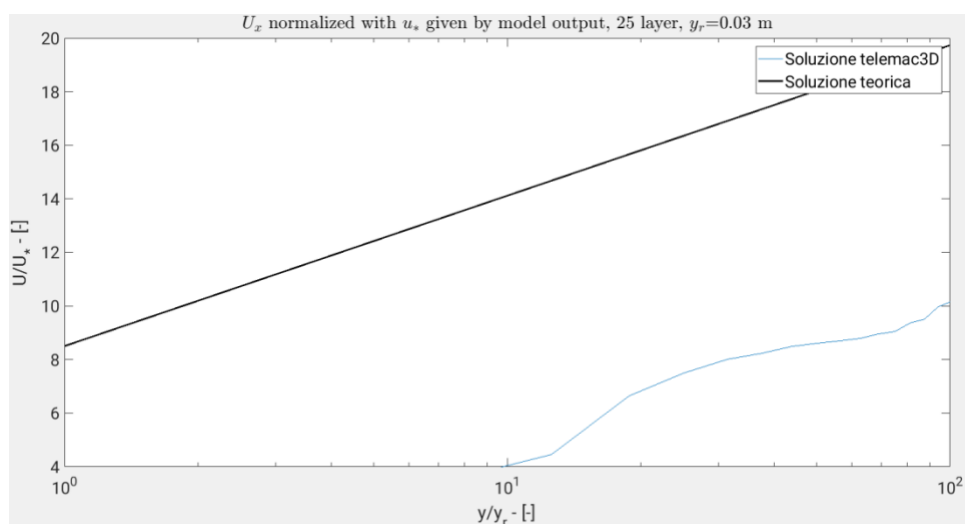


Figura 12 – Confronto tra soluzioni teorica e numerica

Inoltre il profilo di velocità ha un andamento al quanto particolare rispetto a quello che ci si aspetterebbe di trovare.

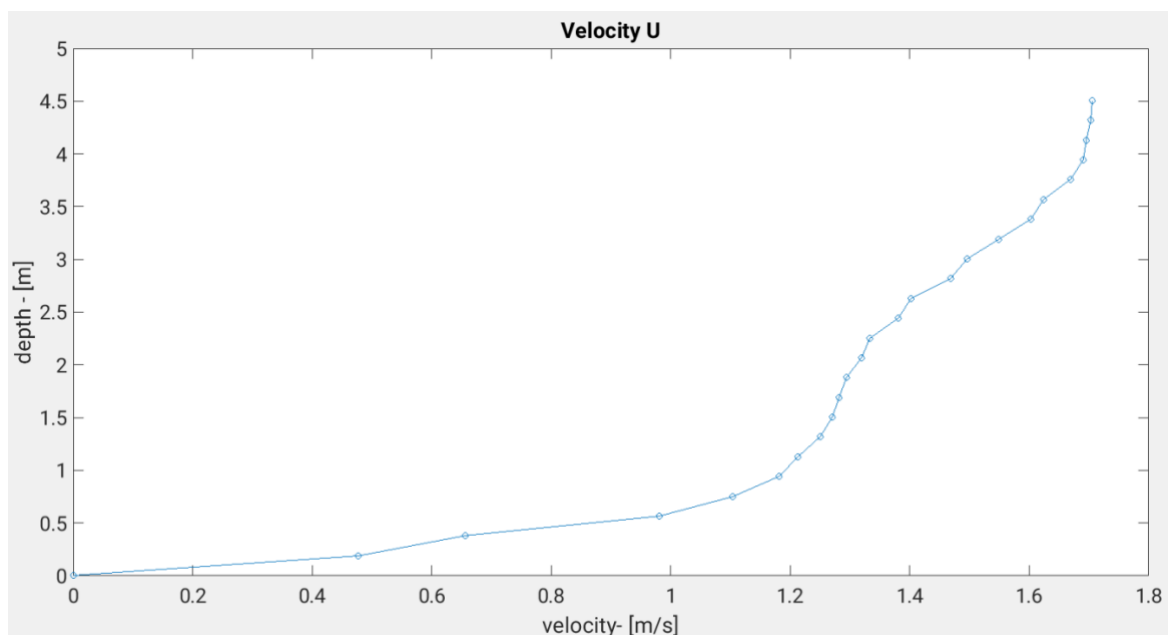


Figura 13 – Profilo velocità non accettabile

Inoltre il profilo di velocità ha un andamento al quanto particolare rispetto a quello che ci si aspetterebbe di trovare.

Questo fa sorgere dei dubbi sulla validità dell modello K-epsilon sviluppato da telemac, e per questo abbiamo deciso di valutare l'andamento della viscosità turbolenta in prossimità della stessa sezione.

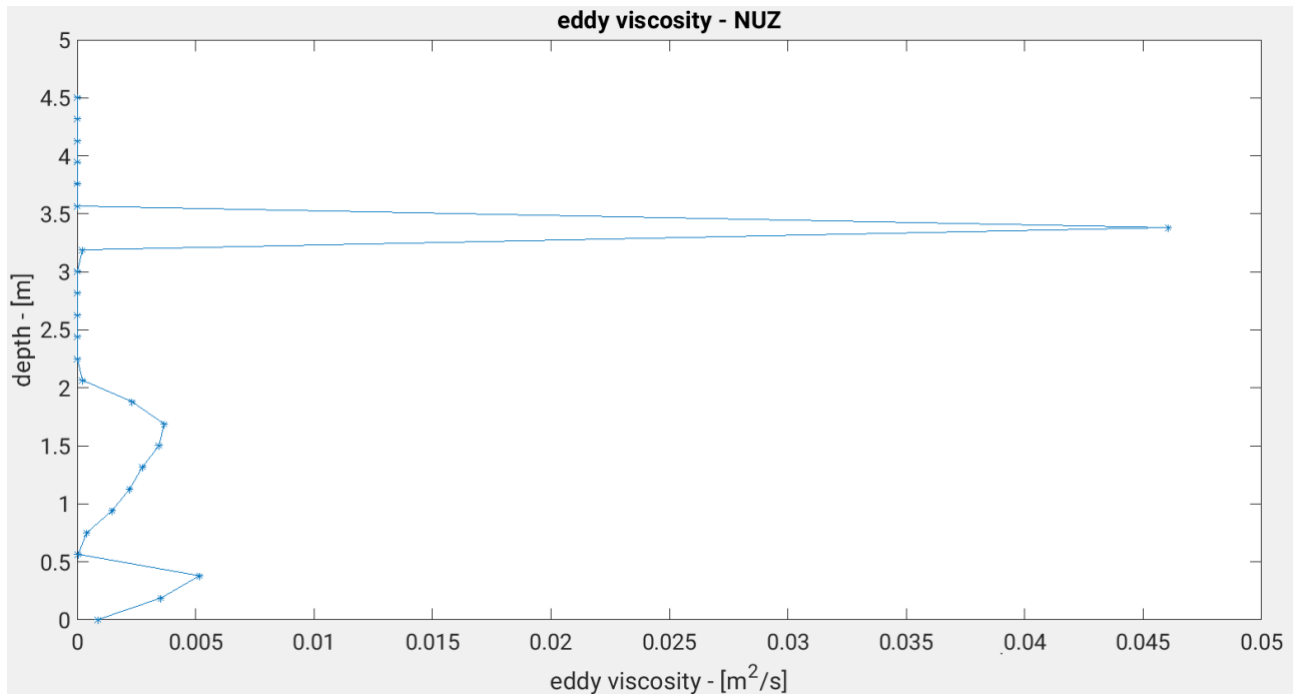


Figura 14 – profilo di viscosità turbolenta

Anche qui il risultato dell'andamento del profilo non è buono. Il modello K-Epsilon lascia molte perplessità.

È stato fatto un secondo tentativo soltanto con il modello di mixing length andando a modificare le condizioni al contorno del modello.

La condizione al bordo di uscita è stata modificata da condizione di portata a condizione di livello. È stato posto un livello di 2.3 metri di altezza in modo da essere molto vicino alla soluzione di moto uniforme e facilitare lo sviluppo del moto uniforme.

Questo non è avvenuto.

Il profilo si avvicina alla profondità di moto uniforme ma ha delle instabilità numeriche molto accentuate all'inizio del canale in corrispondenza del boundary di ingresso.

Il grafico sottostante mostra l'andamento della superficie libera alle 8 ore di simulazione lungo l'asse medio del canale.

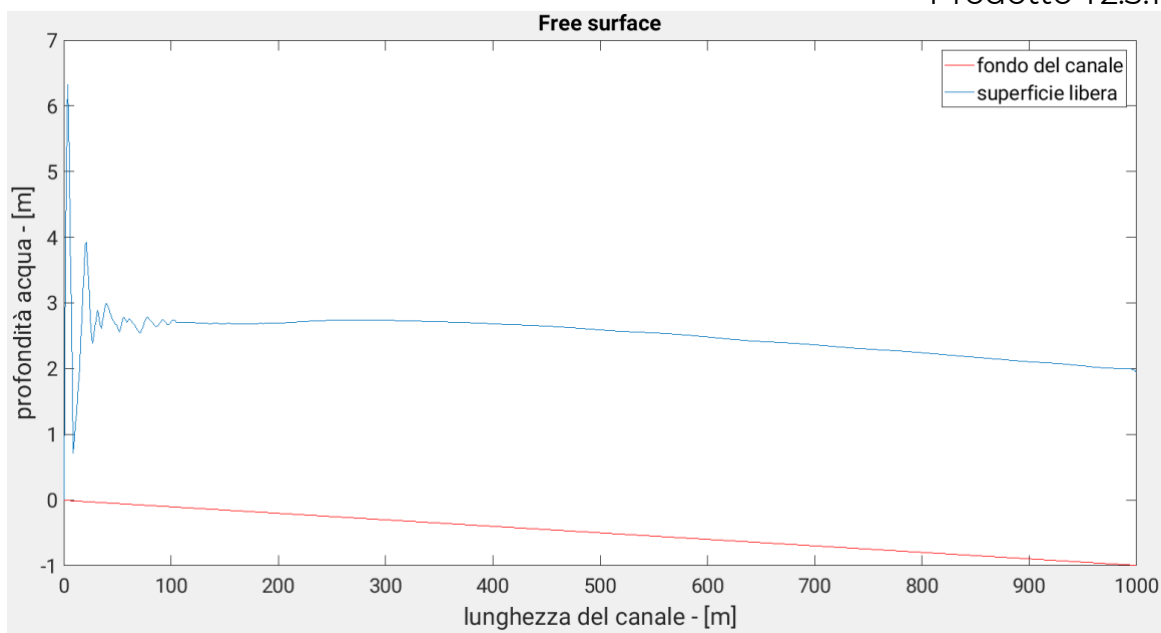


Figura 15 - Andamento superficie libera

La soluzione si discosta dalla soluzione analitica del moto uniforme abbondantemente.

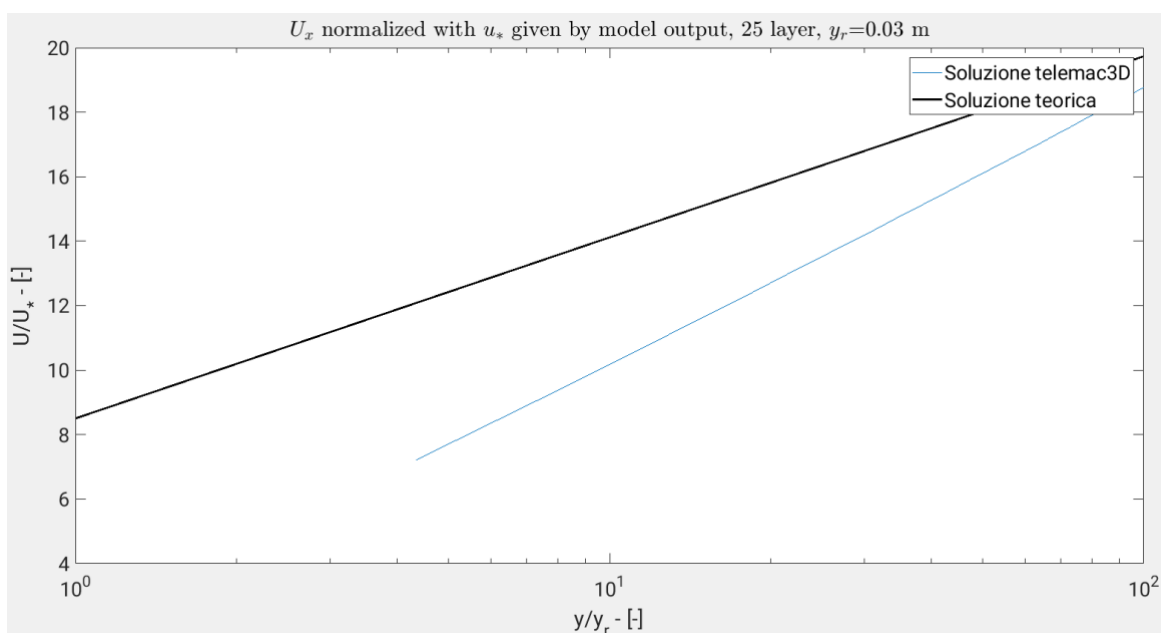


Figura 16 - Profili velocità

Il profilo di velocità ha questo andamento.

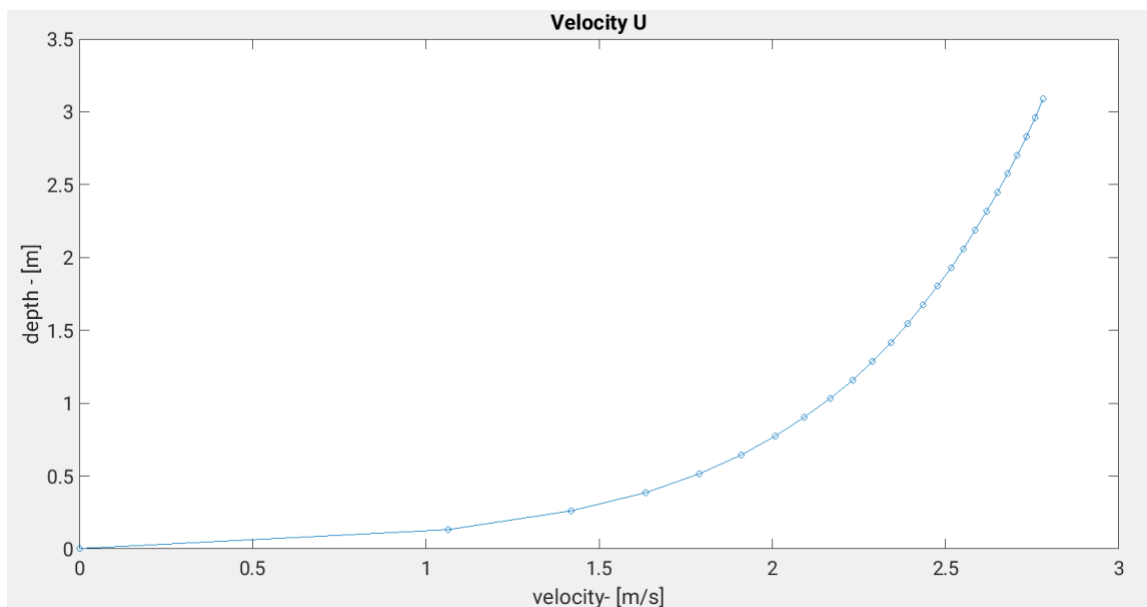


Figura 17 – Profili velocità

5.2. ROMS & DELFT3D

In ROMS e DELFT3D il canale è stato discretizzato tramite una maglia quadrata regolare con passo $\Delta x = \Delta y = 5 \text{ m}$. La griglia conta 201 punti di calcolo nella direzione x ed 11 punti di calcolo nella direzione y per un totale 2211 nodi per ogni layer orizzontale. E' stato scelto un numero di sigma layer verticali equispaziati pari a 25.



Figura 18 – Griglia strutturata

Come condizione iniziale sul dominio è stata data una profondità costante pari a 2.5 metri, molto vicina alla profondità di moto uniforme.

Le simulazioni sono state effettuate con un time step computazionale pari a $\Delta t = 0.15 \text{ s}$ secondi per un totale di 8 ore di simulazione, tempo nel quale si riesce a ottenere un regime di moto stazionario.

Per quanto riguarda ROMS sono state effettuate cinque simulazioni a seconda del modello di chiusura di turbolenza scelto:

- modello a due equazioni k-epsilon,
- modello a due equazioni k-omega,
- modello a due equazioni k-kl,
- modello a due equazioni Mellor&Yamada 2.5,
- modello algebrico di Lenderstee.

Per quanto riguarda DELFT3D sono state effettuate tre simulazioni anche in questo caso a seconda del modello di chiusura di turbolenza scelto:

- modello a due equazioni k-epsilon,
- modello a un'equazione k-l,
- modello algebrico.

I bordi laterali nord e sud sono chiusi con condizioni "free-slip", i bordi laterali est e ovest invece sono aperti con condizione di portata assegnata.

Con entrambi i modelli il moto che si sviluppa sembra essere uniforme dato che il pelo libero risulta parallelo al fondo.

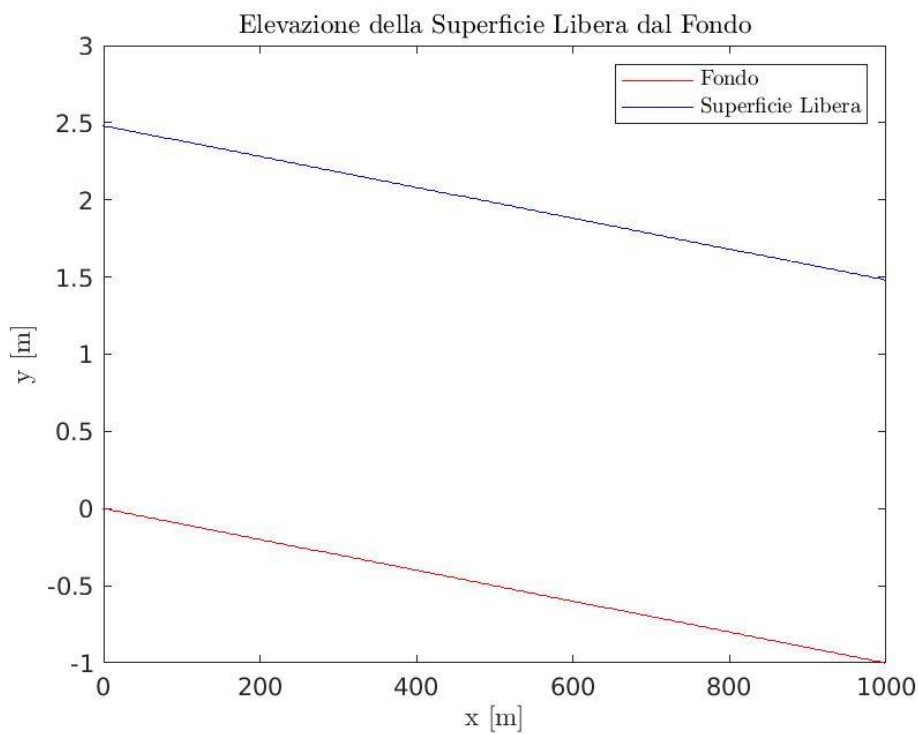


Figura 19 – Profilo di Superficie libera

I profili di velocità ottenuti in condizioni stazionarie vengono confrontati con la legge logaritmica di parete scabra ottenuta analiticamente:

$$\frac{U(y)}{u_*} = \frac{1}{k} \ln \left(\frac{y}{y_r} \right) + C$$

Dove $U(y)$ è la variabile velocità, u_* è la velocità d'attrito al fondo pari a $\sqrt{\tau_b / \rho_{H_2O}}$, k è la costante di Von Karman pari a 0.41, z rappresenta l'altezza dal fondo, y_r è la scabrezza fisica del fondo e C è una costante di cui assumiamo il valore uguale a 8.5.

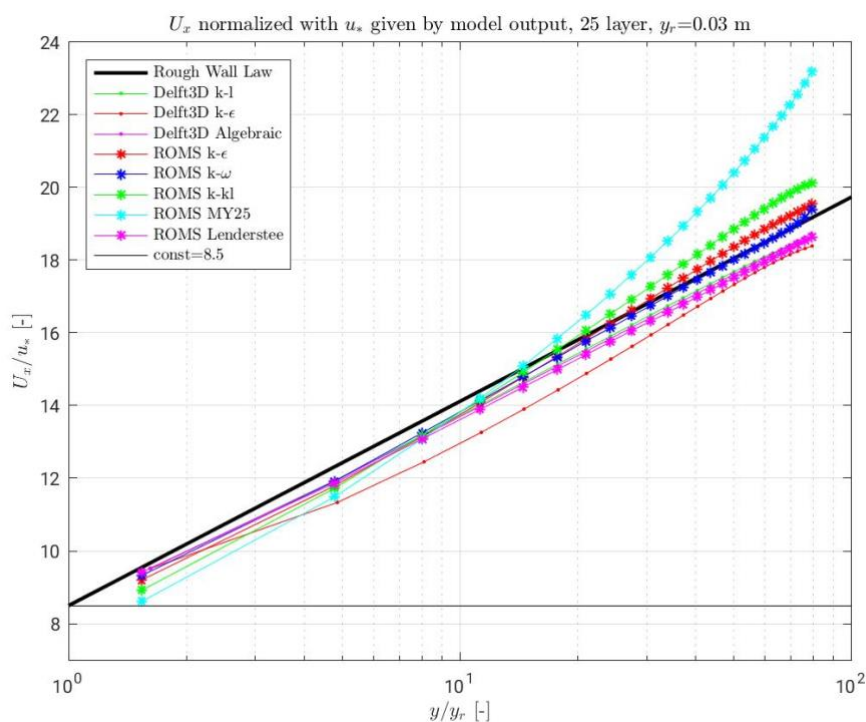


Figura 20 – Profili di velocità normalizzati con la velocità d'attrito ottenuta come output del modello

In questo caso i profili di velocità vengono rappresentati in scala logaritmica e adimensionalizzati attraverso una velocità d'attrito che deriva dalle tensioni al fondo fornite dagli output dei modelli.

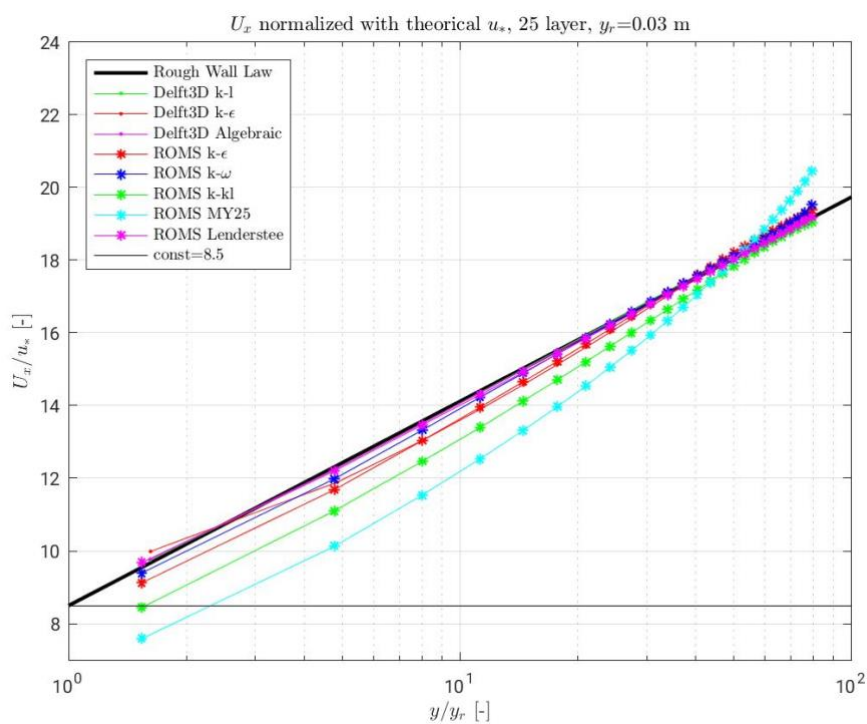


Figura 21 - Profili di velocità normalizzati con la velocità d'attrito teorica

In quest'altro caso i profili di velocità sono adimensionalizzati per mezzo di una velocità d'attrito ottenuta dal calcolo teorico per i profili di velocità a moto uniforme:

$$u_* = \sqrt{g i_f y_u}$$

Entrambi i modelli sembrano ricostruire quasi fedelmente il profilo di moto uniforme ad eccezione di ROMS con le chiusure $k-kl$ e $MY25$.

I confronti sono portati avanti anche in termini di profili di tensione, considerando che per un moto uniforme in un canale la tensione tangenziale è nulla in superficie e cresce linearmente fino al valore di τ_b che risulta:

$$\tau_b = \rho_{H_2O} g i_f y_u = 21.713 \text{ N/m}^2$$

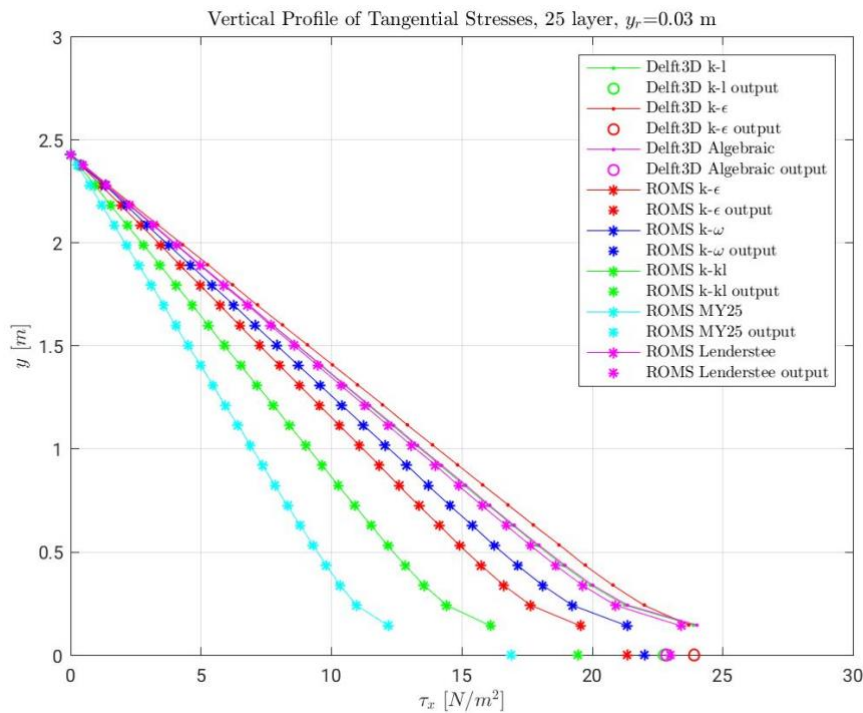


Figura 22 – Profili di tensione lungo la verticale.

In questo caso vediamo come i profili di tensione ottenuti con ROMS per mezzo dei modelli k -epsilon e k -omega siano più vicini alla soluzione analitica. Inoltre sono stati condotti ulteriori confronti relativamente ai profili delle grandezze turbolente: energia cinetica turbolenta, produzione, dissipazione e viscosità turbolenta, per le quali però non esistono risultati analitici.

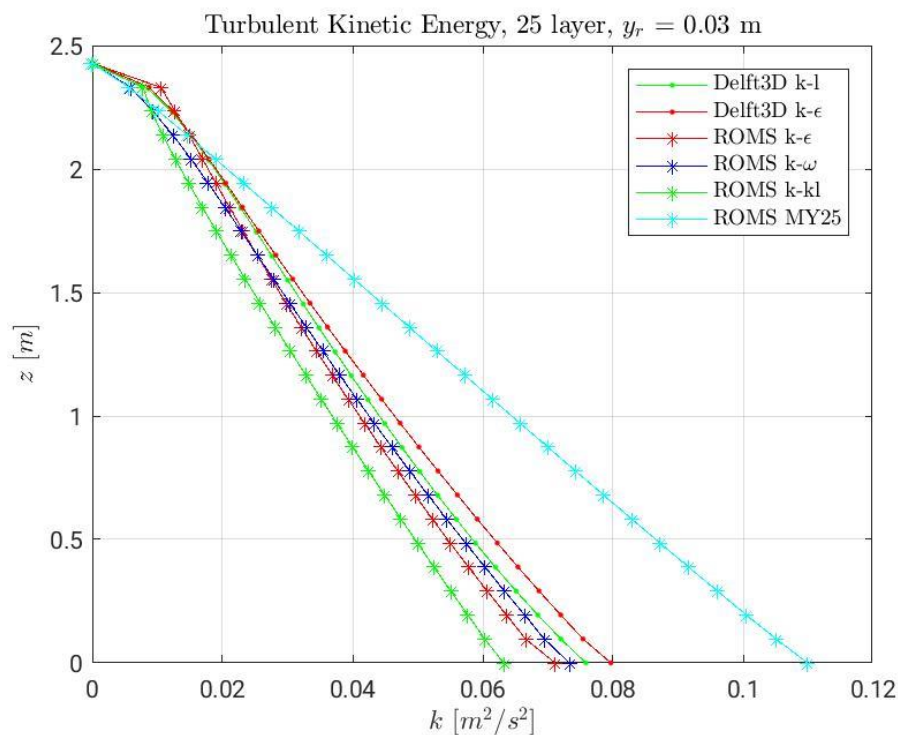


Figura 24 – Profili di Energia Cinetica Turbolenta

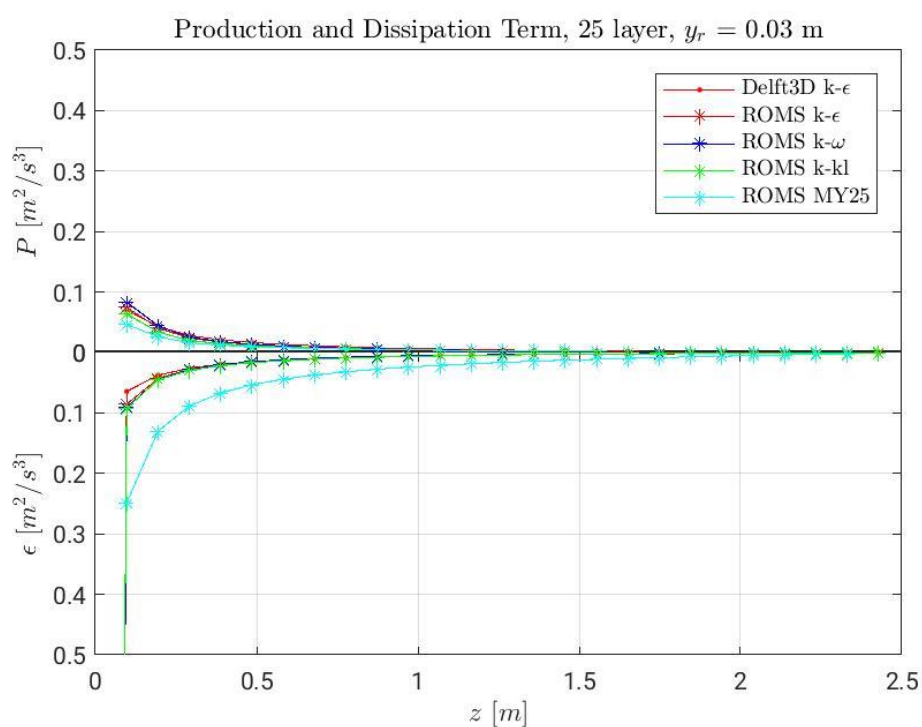


Figura 23 – Profili di Produzione e Dissipazione messi al confronto

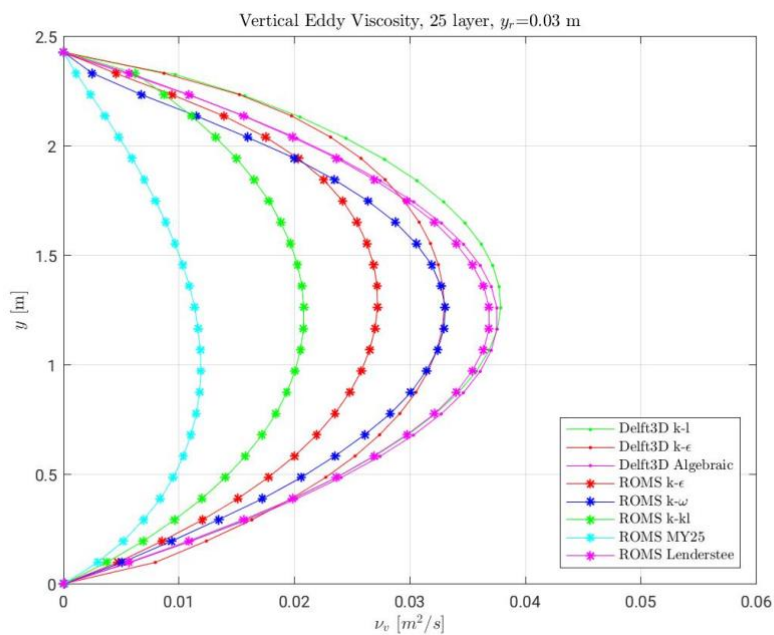


Figura 25 – Profilo di viscosità turbolenta verticale

Per ottenere una migliore qualità dei risultati al fondo (dove si evincono le maggiori incongruenze coi risultati analitici) è stato scelto di portare avanti le stesse simulazioni con 40 sigma-layer più rinfittiti. In questo caso i profili risultano essere i seguenti.

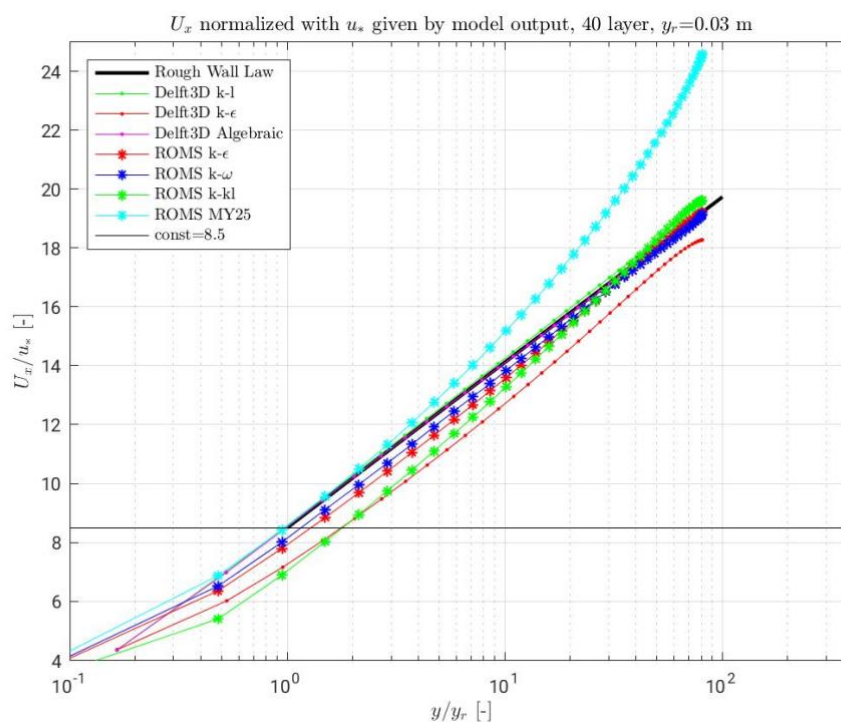


Figura 26 – Profili di velocità normalizzati con velocità d'attrito del modello

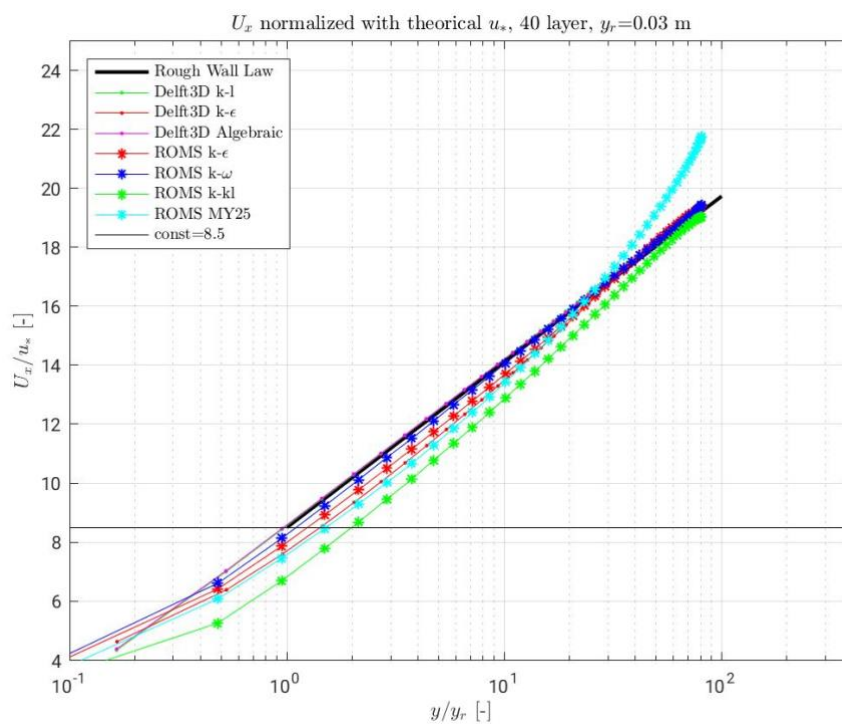


Figura 28 – Profili di velocità normalizzati con velocità d'attrito teorica

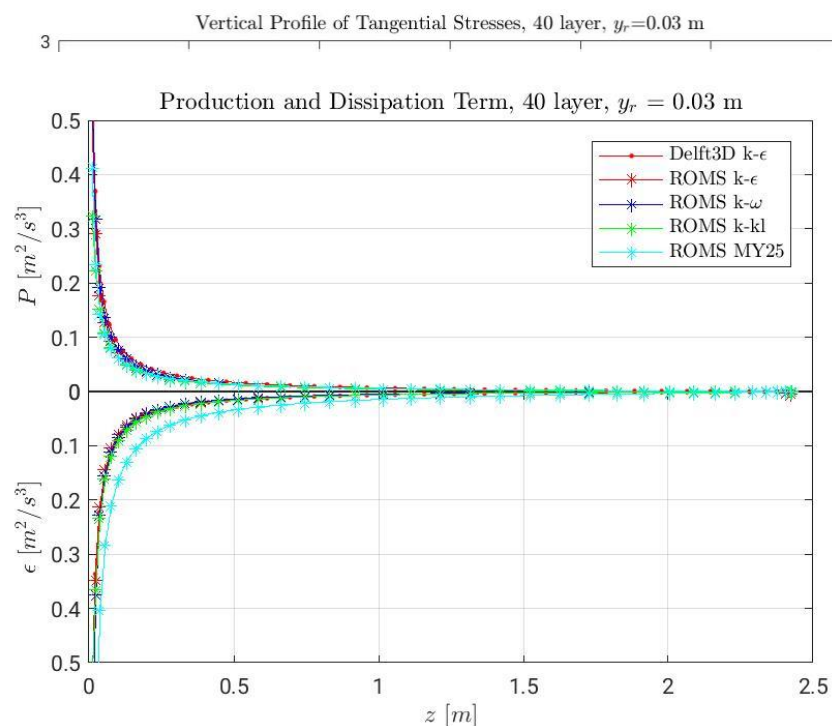


Figura 30 – Produzione e Dissipazione

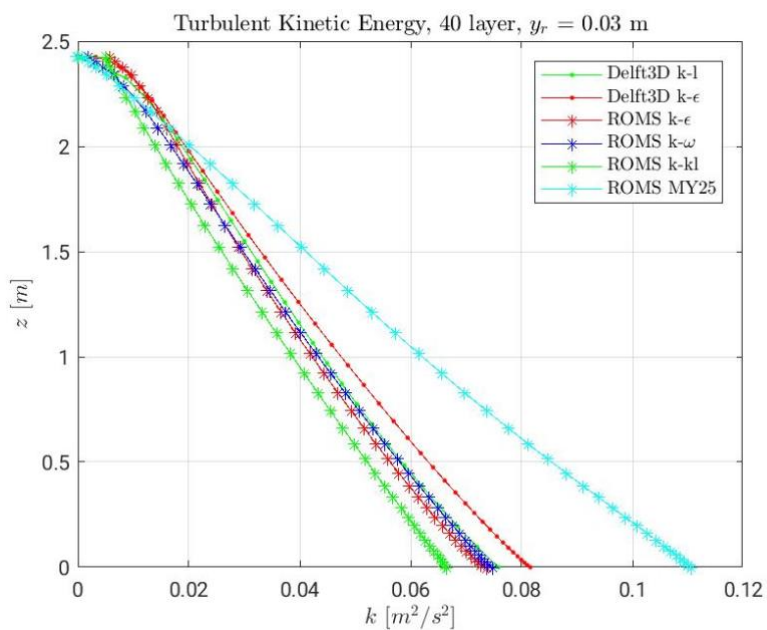


Figura 29 – Energia cinetica turbolenta

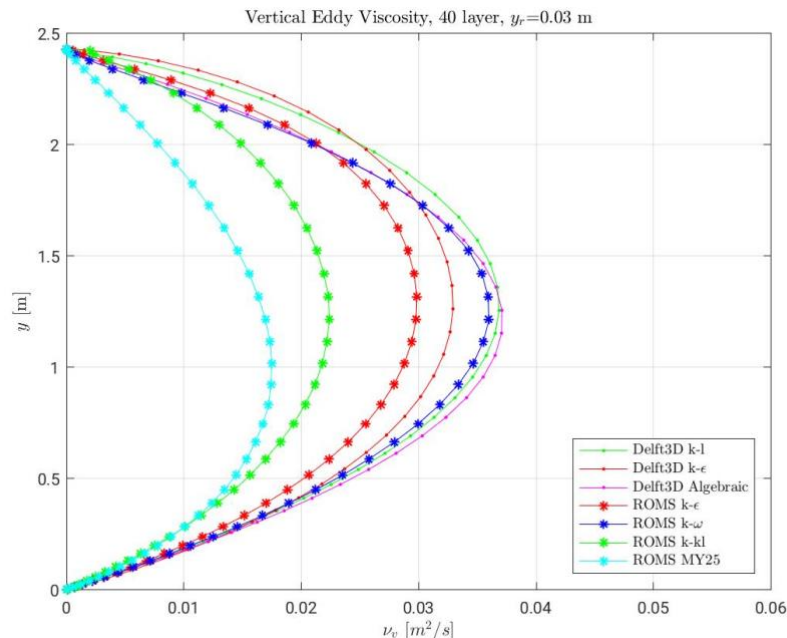


Figura 31 – Viscosità turbolenta verticale

Dai confronti si evince nuovamente come le soluzioni fornite dai modelli si discostino dalla soluzione teorica soprattutto in corrispondenza del fondo. Per questo motivo è stato proposto un nuovo caso test relativo al canale rettangolare a pendenza costante che si diversifica da quello appena trattato per una minore scabrezza fisica del fondo.

Le caratteristiche fisiche del canale sono le seguenti:

- Larghezza $b = 50 \text{ m}$
- Lunghezza $l = 1000 \text{ m}$
- Scabrezza del fondo $Y_r = 0.006 \text{ m}$
- Pendenza del fondo $i_f = 0.001$

Come condizioni al contorno del canale vengono imposte:

- Portata in ingresso $Q_i = 300 \text{ m}^3/\text{s}$
- Portata in uscita $Q_u = 300 \text{ m}^3/\text{s}$

Secondo la soluzione analitica del problema in esame si deve avere

- Profondità di moto uniforme $Y_u = 2.117 \text{ m}$
- Velocità di moto uniforme $U = 2.834 \text{ m/s}$

Nella modellazione del canale la discretizzazione spaziale e temporale, e le condizioni al contorno laterali sono le stesse utilizzate per il canale precedente.

Prodotto T2.3.1

Inoltre le simulazioni sono state portate avanti con gli stessi modelli per la chiusura del problema della turbolenza: k-epsilon, k-omega, k-kl, Mellor-Yamada 2.5 e Lenderstee per ROMS e k-epsilon, k-l e algebrico per DELFT3D.

Anche in questo caso, i confronti sono stati portati avanti con la legge teorica di parete scabra.

Di seguito si possono visualizzare i profili di velocità (adimensionalizzata con le due diverse velocità di attrito u_*), tensione, energia cinetica turbolenta,

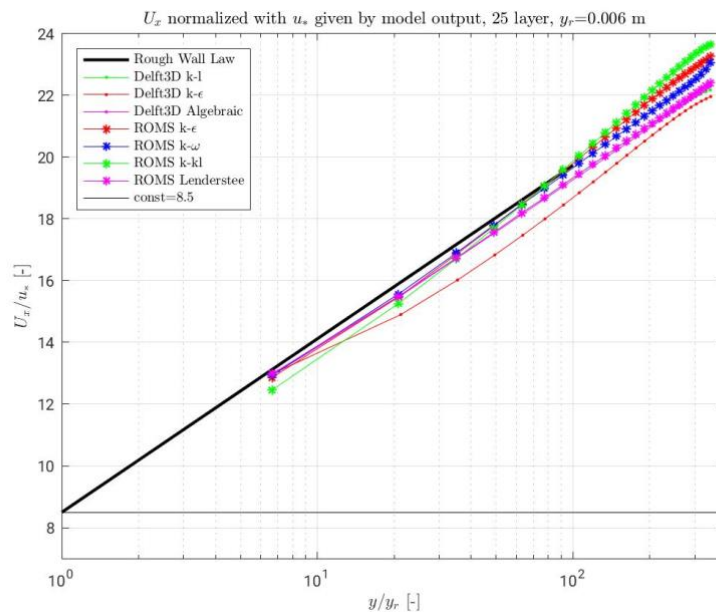


Figura 32 – Profili di velocità normalizzati con velocità d'attrito fornita dai modelli

produzione, dissipazione e viscosità turbolenta. È necessario considerare che la soluzione analitica fornisce $u_* = 0.138 \text{ m/s}$ e $\tau_b = 19.150 \text{ N/m}^2$.

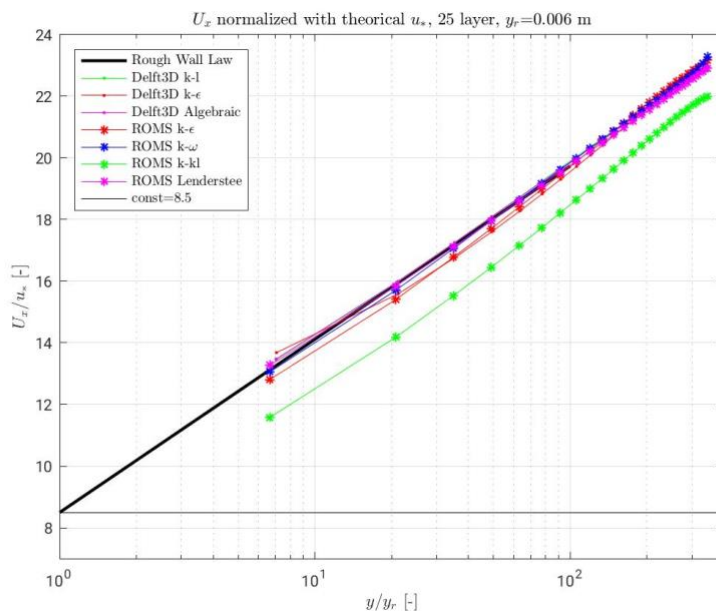


Figura 33- Profili di velocità normalizzati con velocità d'attrito teorica

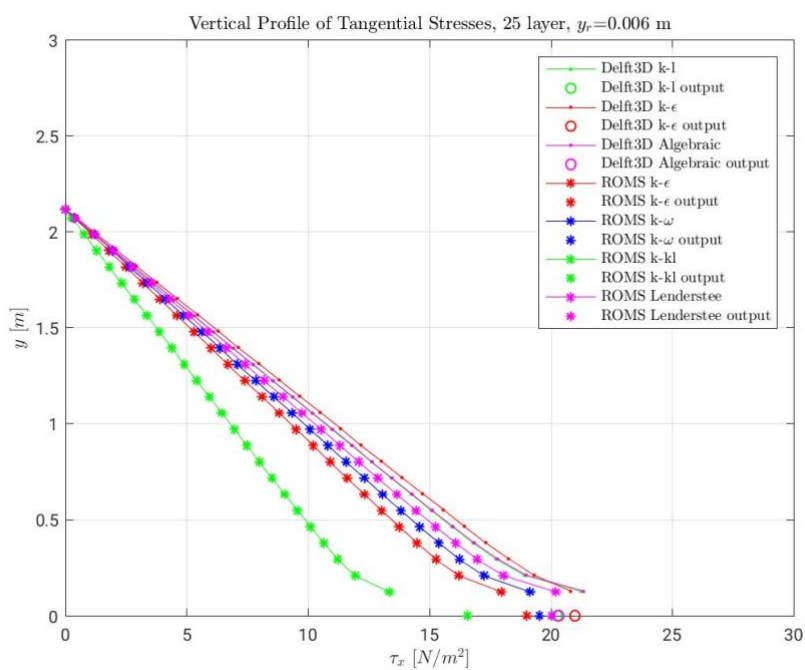


Figura 34 – Profili di tensione

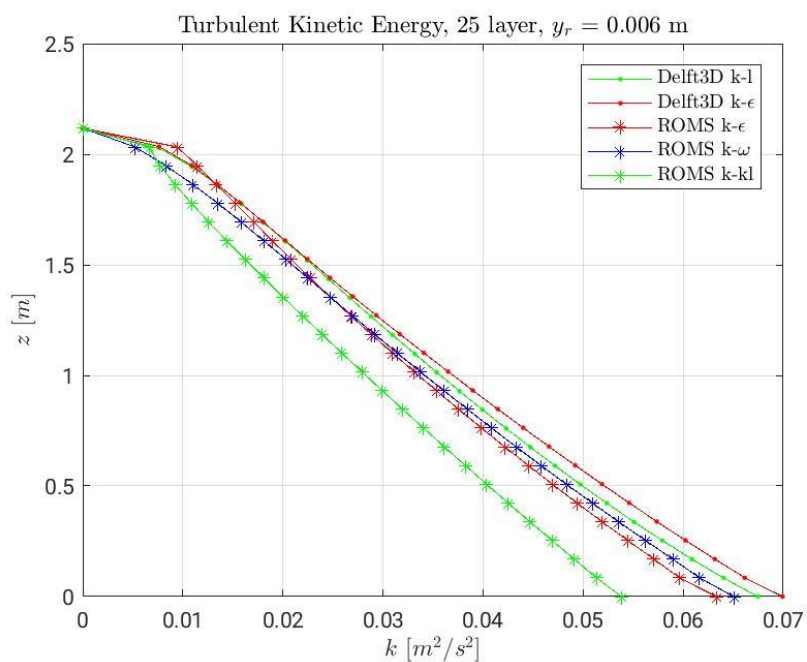


Figura 35 – Profili di Energia Cinetica turbolenta

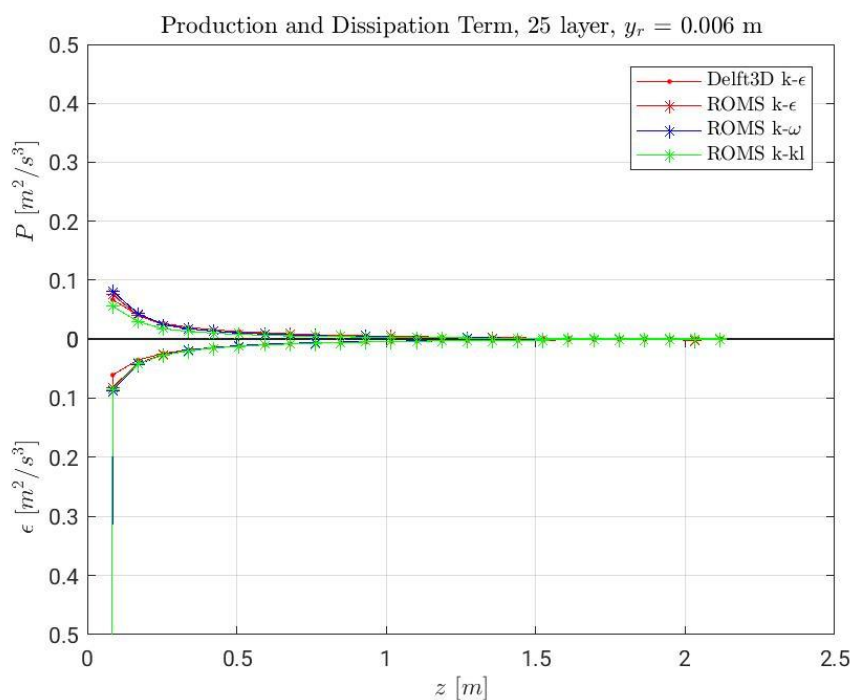


Figura 36 – Profili di Produzione e Dissipazione

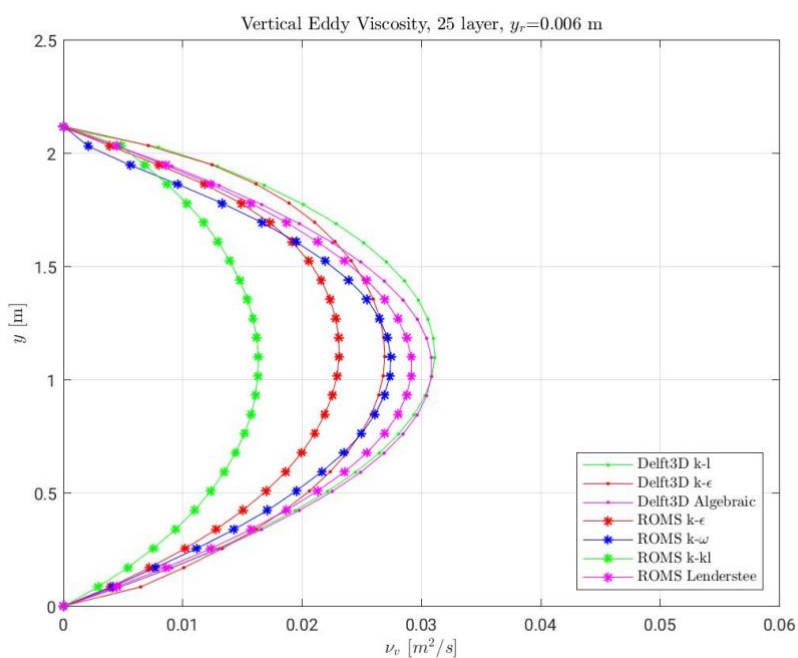


Figura 37 – Profili di viscosità turbolenta verticale

Anche in questo caso per ottenere una migliore qualità dei risultati al fondo (dove si evincono le maggiori incongruenze coi risultati analitici) è stato scelto di portare avanti le stesse simulazioni con 40 sigma-layer più rinfittiti. In questo caso i profili risultano essere i seguenti.

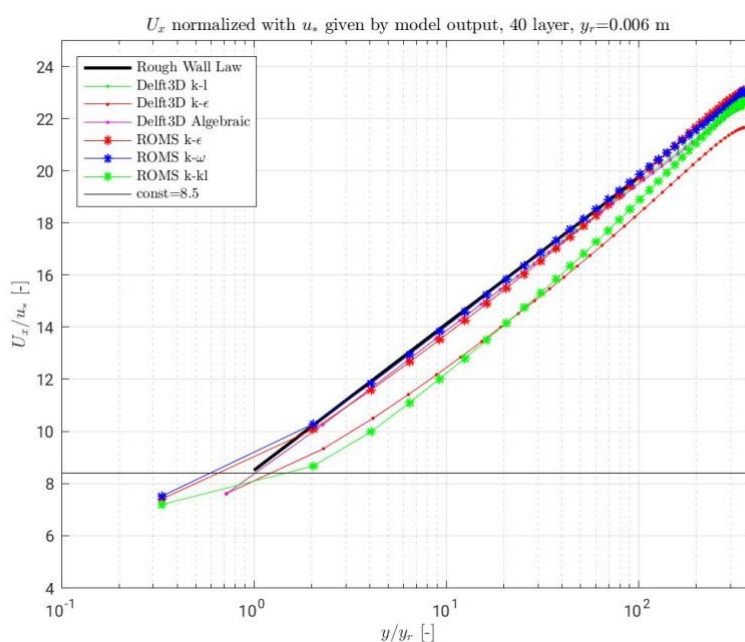


Figura 38 – Profili di Velocità normalizzati con velocità d'attrito fornita dal modello

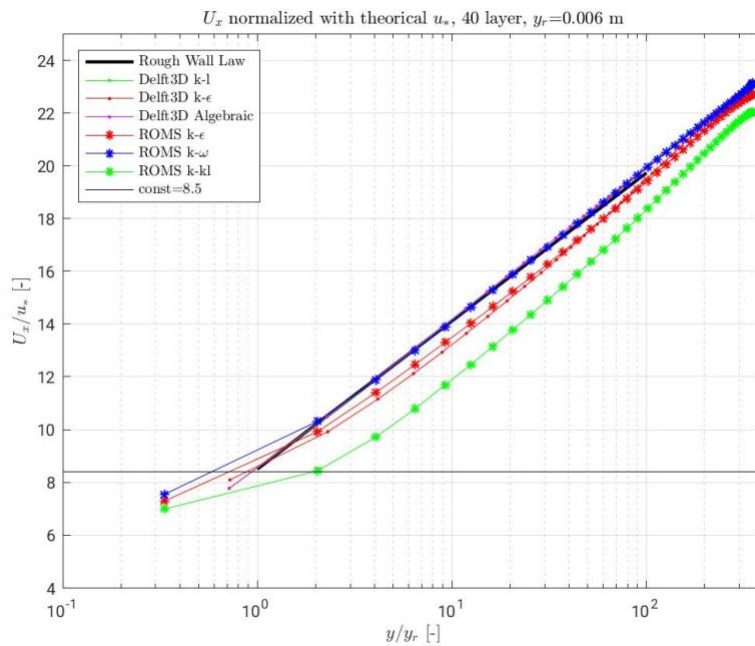


Figura 39 - Profili di Velocità normalizzati con velocità d'attrito teorico

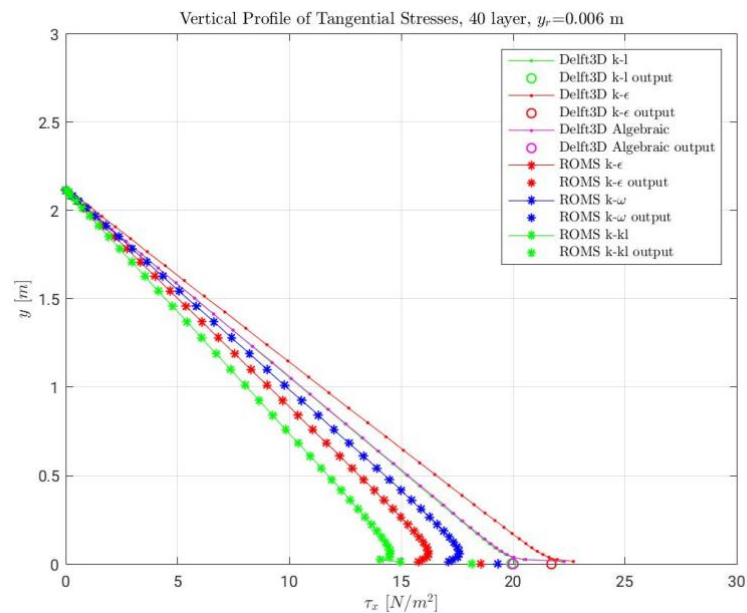


Figura 40 - Profili di tensione

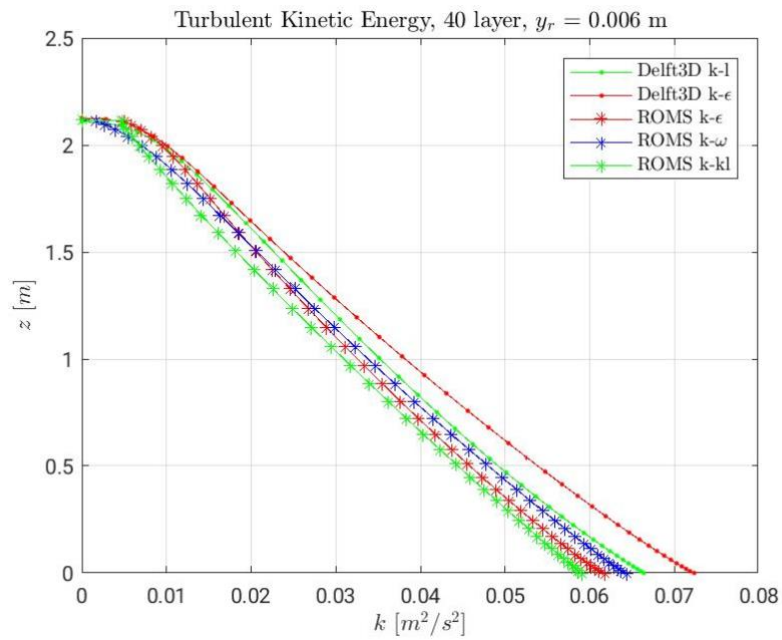


Figura 41 – Energia Cinetica turbolenta

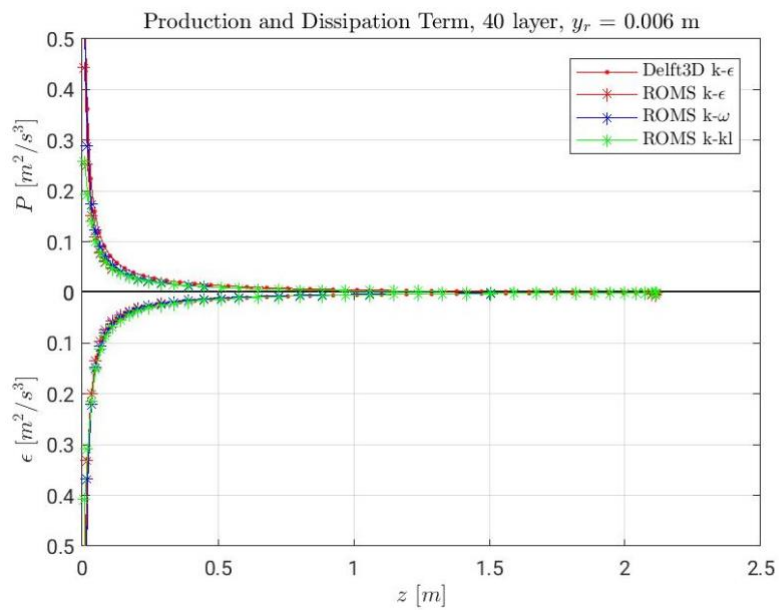


Figura 42 – Produzione e Dissipazione

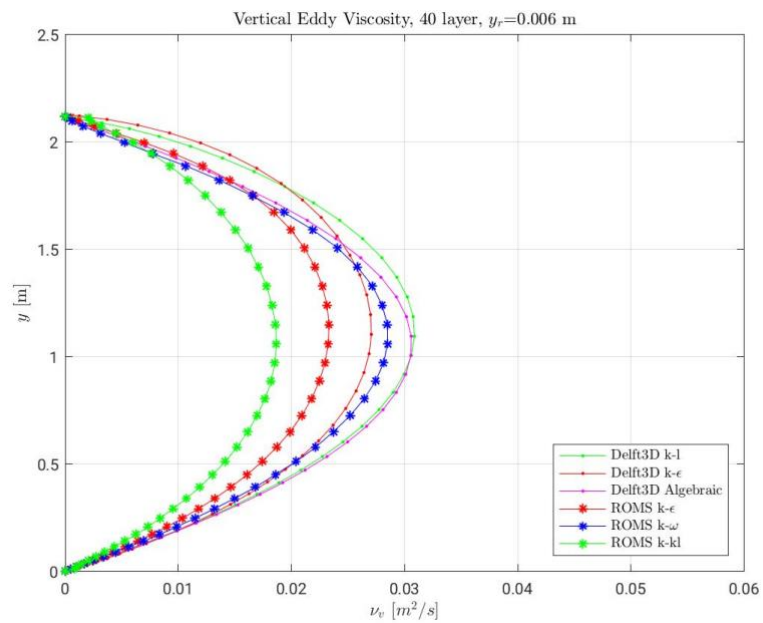


Figura 43 – Profilo di viscosità turbolenta

5.3. Conclusioni

Dal confronto tra i risultati ottenuti con i modelli numerici TELEMAC-3D, ROMS, DELFT3D, SHYFEM si può dedurre che:

- TELEMAC-3D non risulta idoneo poiché non è in grado di rappresentare un moto uniforme in un canale,
- I risultati ottenuti con ROMS e DELFT3D riescono a modellare il moto uniforme con particolari errori in corrispondenza dei primi punti di calcolo a partire dal fondo,
- Si preferisce l'utilizzo di DELFT3D E SHYFEM in quanto più facilmente utilizzabili e più completi prendendo in considerazione tutti i moduli per il trasporto di inquinanti di cui dispongono.

6. Applicabilità di Delft3D per il *forecast* in aree portuali

Il codice di calcolo Delft3D può essere utilizzato in maniera opportuna per descrivere dettagliatamente aree di piccola estensione. Caso comune di tale applicazione riguarda la modellistica associata ai porti. In particolare, è possibile costruire un *forecast* tramite il quale prevedere, sulla base degli input meteorologici, correnti e livello idrico.

In particolare, è stato sviluppato un *nesting* riguardante i porti di Genova, Olbia e La Spezia al fine di fornire tali dati a cadenza giornali e per i successivi due giorni.

Il *nesting* è una procedura che consiste nel creare un modello a grande scale, ovvero in grado di estendersi verso il mare aperto per svariati chilometri, e successivamente, un modello di dettaglio dell'area portuale in esame che posso incorporare sul contorno più esterno le correnti e i livelli generati dal modello a grande scala.

In particolare, le previsioni sui porti menzionati derivano dall'uso combinato di Delft3D e del codice di calcolo Weather Research & Forecasting Model (WRF).

Il modello utilizzato per la simulazione dello stato atmosferico ed in particolare dei campi di vento necessari per l'inizializzazione dei *forecast* delle condizioni portuali è il *Weather Research and Forecasting* (WRF), modello numerico di previsione nato, con la doppia finalità sia di ricerca che di previsione, dalla collaborazione tra il *National Center for Atmospheric Research* (NCAR), la *Mesoscale and Microscale Meteorology* (MMM) Division, il *National Centre for Environmental Prediction* (NCEP) del *National Oceanic and Atmospheric Administration* (NOAA) ed altri enti ed università statunitensi. Il modello WRF integra le equazioni di Navier-Stokes non idrostatiche compressibili (Ooyama, 1990), formulate usando come coordinata verticale le così dette coordinate *terrain-following* con lo scopo di ottenere un infittimento dei livelli negli strati atmosferici più vicini al suolo, ed in particolare in corrispondenza dell'orografia, ossia in aree in cui la dinamica è più difficile da rappresentare per il gran numero di interazioni che vi avvengono.

Il Modello WRF prevede tutta una serie di parametrizzazioni, sia per quei fenomeni strettamente legati alla fluidodinamica ma che non sono risolti alla scala a cui si lavora, come può essere ad esempio la convezione per griglie di passo superiore alla decina di chilometri o la diffusione turbolenta, sia per quei fenomeni fisici non direttamente fluidodinamici, ma che hanno influenza rilevante sull'evoluzione degli eventi meteorologici, come gli effetti dello scambio di radiazione tra sole, atmosfera, nubi e superficie terrestre (Skamarock et al., 2008), la microfisica delle nuvole, i flussi verticali a scala non risolta dovuti a trasporto turbolento (Skamarock et al., 2008), ecc.

Nello specifico il *setup* del modello e la scelta degli schemi di parametrizzazione dei fenomeni a scala non risolta sono stati analoghi a quelli adottati in recenti lavori di Bove et al. (2014), Cassola et al. (2015) e Cassola et al. (2016) dove il modello è stato oggetto di validazione.

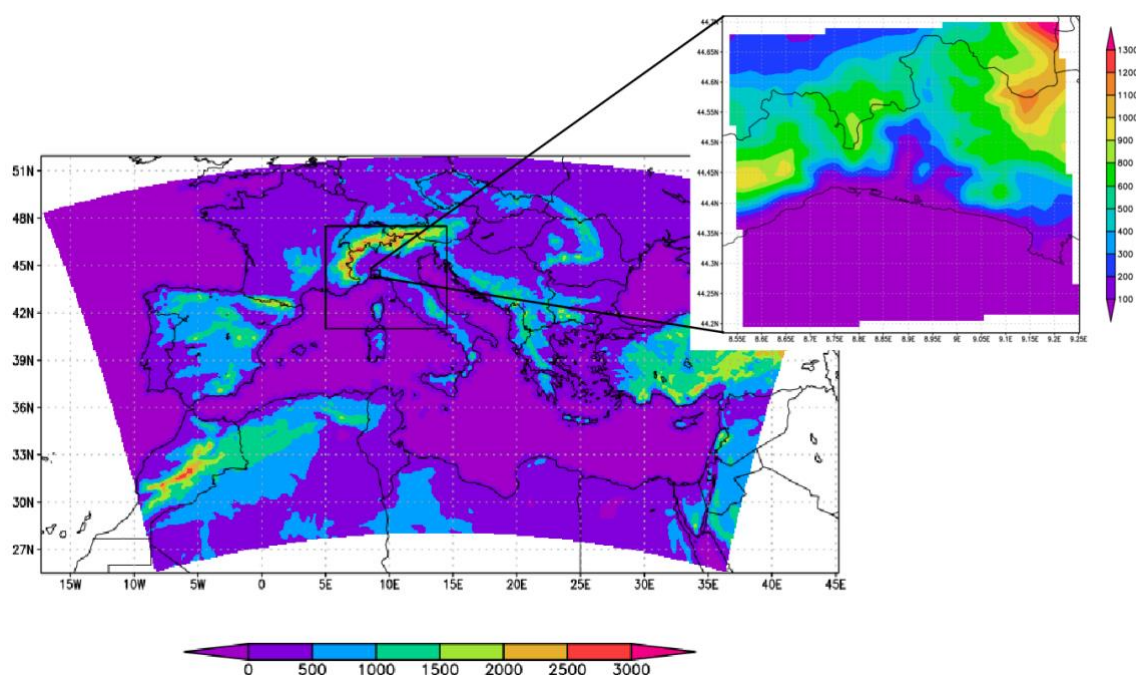
In particolare i principali schemi di parametrizzazione adottati sono stati lo schema *Rapid Radiation Transfer Model* (RRTM) per la *long wave radiation* (Mlawer et al., 1997), lo schema di Goddard per la *short wave radiation* (Chou and Suarez, 1994), lo schema di Kain-Fritsch (Kain, 2004) per la parametrizzazione della convezione nel dominio più esterno, in quanto la bassa risoluzione caratterizzante tale dominio non permetteva di risolvere

Prodotto T2.3.1

esplicitamente la convezione, lo schema di Mellor-Yamada-Janjic (Janjic, 2002) per la descrizione del *planetary boundary layer* e lo schema di parametrizzazione della microfisica delle nuvole di Thompson (Thompson et al., 2004), per la descrizione dell'evoluzione delle varie classi di idrometeorie all'interno della nuvola, dalla nucleazione fino alla formazione della precipitazione. Per una più dettagliata descrizione del modello WRF si rimanda a Skamarock et al., (2008).

Le simulazioni prodotte hanno riguardato i tre domini nidificati in cascata riportati in nella figura seguente, comprendenti l'Europa centro meridionale ed il nord Africa con una risoluzione orizzontale di 10 km, il centro-nord Italia con una risoluzione di 3.3 km e l'area di attorno alla città di Genova, con una risoluzione di 1.1 km. Per quanto riguarda il numero di livelli verticali adottati questo è stato 35 per tutti e tre i domini di simulazione.

Operativamente sono state prodotte due simulazioni giornaliere, inizializzate con i *run* del modello a scala globale *Global Forecast System* (Environmental Modeling Center, 2003) delle 00 e delle 12 UTC, che hanno coperto ciascuna un *range* temporale di 48 ore sui due domini a più alta risoluzione e di 120 ore su quello più esterno.



La costruzione di due maglie con diversa risoluzione ha lo scopo di fornire le condizioni

Figura 44 – Collocazione ed orografia dei tre domini di calcolo utilizzati per le simulazioni

al contorno per la maglia di dettaglio. La maglia a grande scala presenta viene risolta fornendo come input le velocità del vento e le pressioni atmosferiche che insistono

sull'area in esame e ottenute grazie alla previsione di WRF. Inoltre, al bordo esterno vengono fornite le condizioni di marea necessarie al fine di ricreare il corretto andamento del pelo libero.

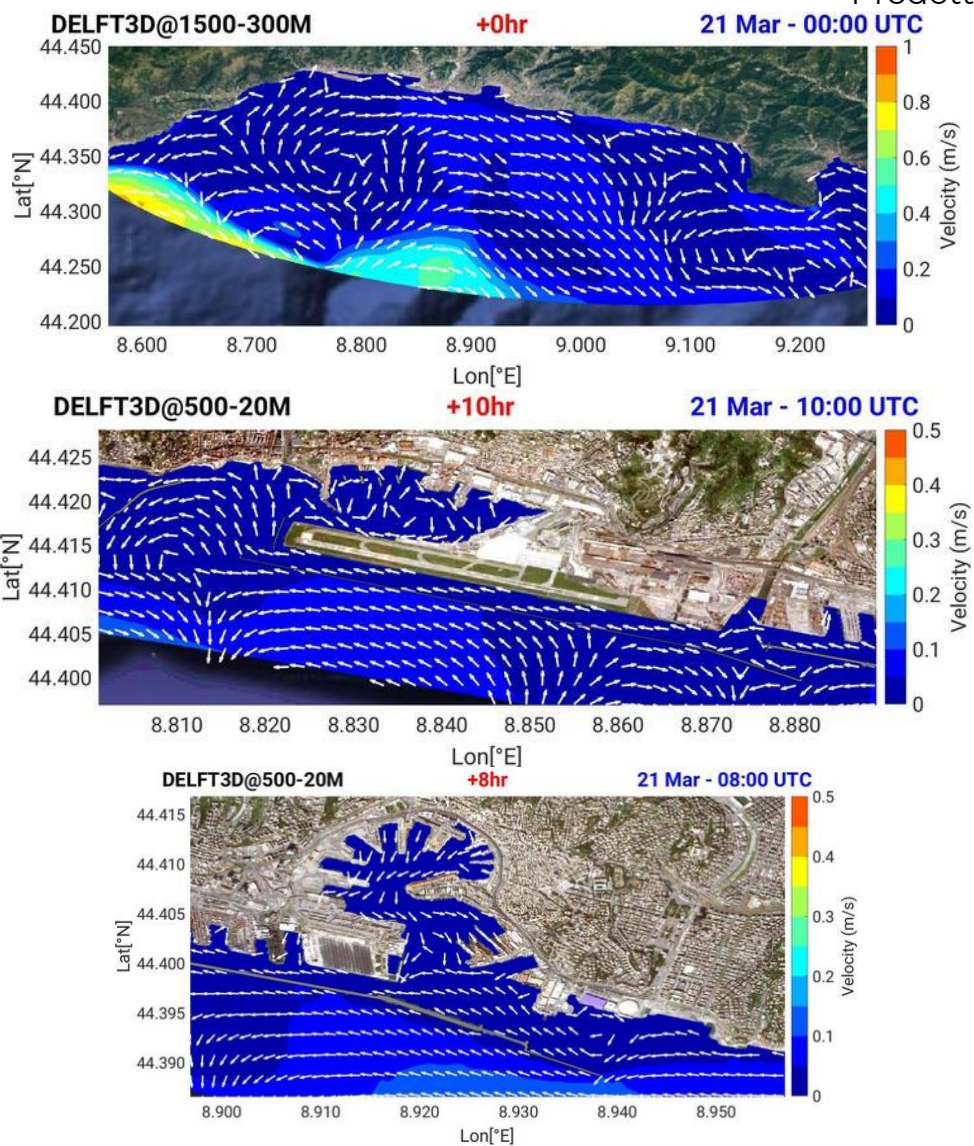
Il codice di calcolo Delft3D si approccia al *nesting* tramite due condizioni principali: fornire come condizioni al contorno dei *boundary* del modello di dettaglio livelli idrici o correnti. Questi ultimi vanno scelti in maniera esclusiva. La possibilità di scegliere una delle due condizioni al contorno impone una scelta ragionata. Dato che l'ordine di grandezza delle correnti è pari a circa 10 cm/s e sono lentamente variabili, si è preferito optare per utilizzare i livelli idrici come condizione al contorno del modello di dettaglio. In questo modo si ha la sicurezza di catturare gli effetti di possibili variazioni di livello dovute a *storm surge* e, al contempo, di generare delle correnti, conseguenza delle variazioni di livello, che siano in accordo con la direzione e l'ordine di grandezza proprie dei fenomeni che si sviluppano nelle zone di interesse.

Le figure seguenti mostrano i domini utilizzati e i risultati che si ottengono nelle simulazioni che adottano il *nesting*. In particolare, si sono adottate delle maglie curvilinee per la simulazione delle aree prospicienti il Porto di Genova e all'interno del porto stesso al fine di poter seguire con maggiore dettaglio la linea di costa. Queste maglie curvilinee sono state create a partire da delle spline che potessero riprodurre al meglio il contorno della costa.

Per il Porto di La Spezia si è optato per una maglia curvilinea ma a passo regolare: le celle tendono a cambiare di forma telescopicamente dal punto centrale spostandosi verso il largo.

Per il porto di Olbia si è optato un *nesting* con maglie quadrate visto che la conformazione della costa non richiedeva particolari accorgimenti per quanto riguarda la disposizione delle celle.

Le figure seguenti mostrano il dominio computazionale completo utilizzato per il Porto di Genova e il dettaglio delle diverse aree portuali ottenute grazie al *nesting*.



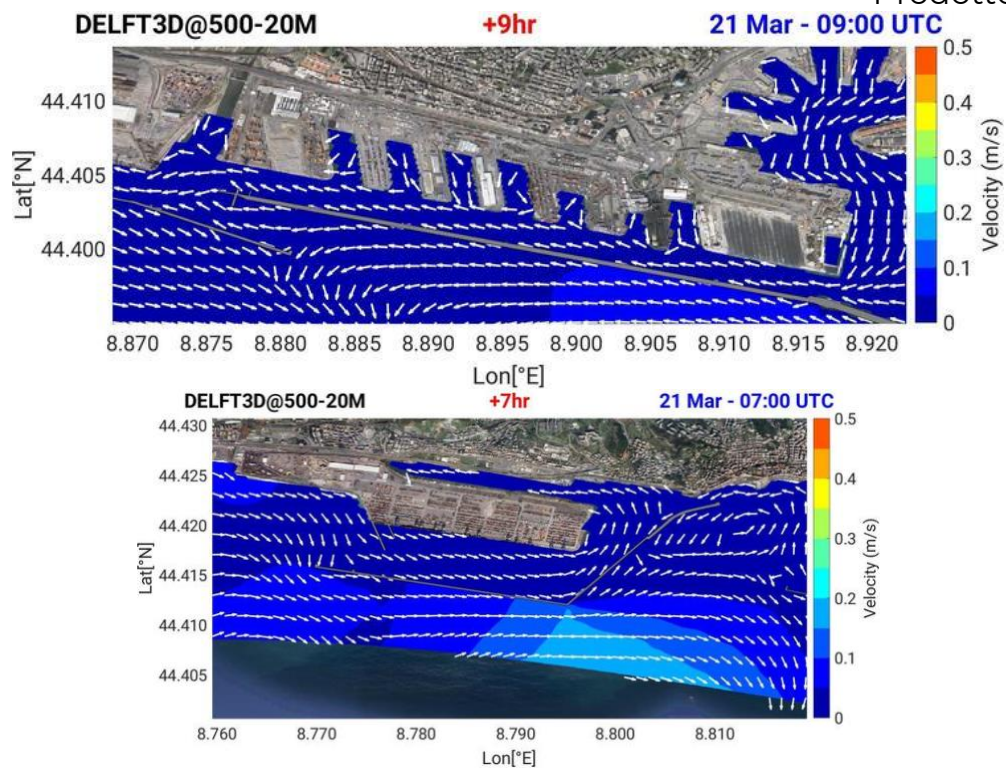
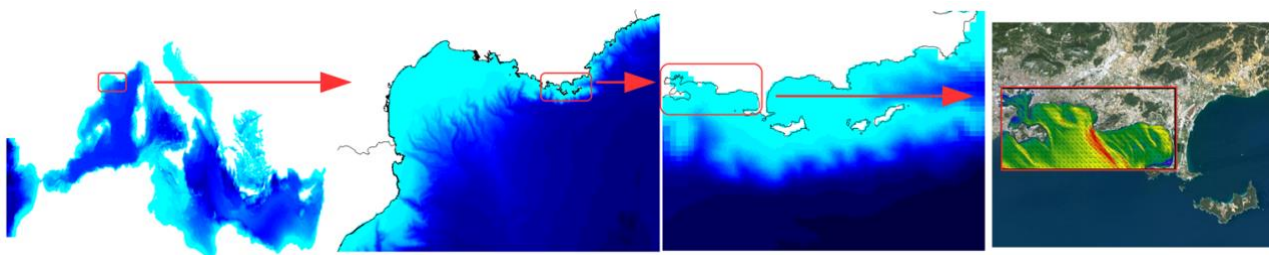


Figura 45 – Simulazioni del Porto di Genova con il nesting

7. Applicabilità di NEMO e CMS nell'area portuale di Tolone

Le esperienze di modellizzazione del trasporto di microplastiche che saranno effettuate sulla zona del porto di Tolone saranno basate su due elementi principali: a) L'utilizzo di modelli numerici oceanografici innestati a cascata e b) un modello lagrangiano per il trasporto passivo.

I modelli numerici sono innestati a "cascata": si parte da una configurazione di NEMO chiamata PSY4V3R1 che risolve il campo di moto in una griglia madre con risoluzione a 1/12 di grado del Mar Mediterraneo completo (prodotto dal Mercator-Ocean International), poi proseguendo, NEMO in versione GLAZUR64 risolve una griglia più fine con risoluzione a 1/64 di grado del Mar Mediterraneo Occidentale (Ourmières et al., 2011), versione operativa nel laboratorio del dipartimento MIO, in seguito la configurazione di NEMO nominata NIDOR192 risolve il campo di moto a una risoluzione di 1/192 di grado nella zona del litorale del Var, (questo modulo è accoppiato dinamicamente col modulo GLAZUR64 (Declerck et al., 2016) attraverso l'accoppiatore AGRIF), infine la griglia più fitta con risoluzione a 100 m per la risoluzione del porto di Tolone viene risolta dal modello MITGCM TBAY100, modello operativo nel dipartimento del MIO (Mazoyer et al., soumis). La figura mostra i domini delle 4 diverse configurazioni a cascata. Le forzanti atmosferiche per GLAZUR64, NIDOR192 e TBAY100 sono simili e provengono da MeteoFrance, in questo modo si garantisce una grande coerenza di strutture dinamiche oceanografiche che verranno ottenute con le configurazioni implementate.



Il modello lagrangiano che sarà utilizzato per simulare il trasporto di microplastiche è il modello CMS (<https://github.com/beatrixparis/connectivity-modeling-system>). È un modello lagrangiano opensource che sarà dunque "modificabile" secondo alcune delle diverse tracce che saranno seguite.

Il modello CMS utilizzerà in input il campo di moto ottenuto tramite i calcoli effettuati dai modelli idrodinamici innestati a cascata di cui si è parlato in precedenza.

La metodologia per portare avanti le simulazioni sarà basata su 2 aspetti:

- (i) Da una parte il modello CMS sarà modificato per essere in grado di modellare le micro-plastiche con una galleggiabilità adeguata, studiando la traccia di evoluzione temporale della galleggiabilità tramite studi sperimentali in corso e in particolare tramite i risultati del lavoro svolto con un canale mareale (dove viene generato moto ondoso) in ambito del progetto Splash!.

- (ii) D'altra parte, uno studio metodologico sarà effettuato per valutare le differenze tra parecchi esperimenti che consisteranno nel confrontare i tempi di trasporto secondo le risoluzioni dei modelli idrodinamici utilizzati come input.

Una delle specifiche del modello CMS è che esso permette di lavorare con dei modelli innestati: quindi, i confronti sui tempi di trasporto saranno possibili dopo se si considera solo una configurazione (dunque una sola risoluzione) o più configurazioni in cascata (dunque più risoluzioni).

Metodologia e risultati attesi:

La metodologia proposta sarà basata sugli aspetti citati sopra. Le simulazioni numeriche saranno effettuate sulle macchine appartenenti al dipartimento MIO ma anche sui mezzi di calcolo del GENCI (CNRS).

I risultati attesi hanno lo scopo di valutare meglio la distribuzione di microplastiche sulla colonna d'acqua, principalmente da simulazioni numeriche, ma i dati ottenuti dal prelevamento in mare e dagli esperimenti effettuati nel canale mareale saranno utilizzati per confrontare i risultati ed eventualmente possono servire come condizioni iniziali. Verranno inoltre studiati gli aspetti della modifica della galleggiabilità nel tempo. L'insieme dei risultati mireranno a comprendere meglio la dinamica delle microplastiche sulla colonna d'acqua in condizioni reali di mare in zona costiera e al largo.

8. Applicabilità di SHYFEM nell'area portuale di Olbia

La simulazione della dinamica tridimensionale della circolazione delle acque nell'aree costiere di interesse e conseguentemente del trasporto superficiale delle masse di inquinanti, è influenzata sia dalle componenti locali delle forzanti meteomarine sia dalla circolazione a grande scala. Al fine di riprodurre entrambi i processi verrà implementata una procedura di *nesting* tra il modello SHYFEM precedentemente descritto e un modello *Open Ocean* già testato e operativo nell'area in esame. Tale modello noto come TSCRM (Fazioli et al., 2016) simula la circolazione a grande scala indotta dalle principali forzanti meteo marine ed è in grado di riprodurre la dinamica tridimensionale della circolazione baroclina che determina lo scambio delle masse d'acqua all'interno del Canale di Sicilia e in tutto il Tirreno Centro – Meridionale. La procedura di *nesting* consiste nel rilassamento dei campi di temperatura, salinità e delle componenti delle velocità calcolate dal modello SHYFEM su tutto il dominio sugli stessi campi generati dal modello TSCRM. Verrà introdotto un fattore di pesatura della componente di *nudging* rispetto alla componente calcolata dal modello SHYFEM sulle tre variabili di interesse (temperatura, salinità e velocità) in modo da poter modulare l'influenza della soluzione del modello TSCRM sulla soluzione del modello costiero SHYFEM. Si riporta a Cucco et al., (2016) per una dettagliata descrizione della metodologia proposta. La componente della marea astronomica verrà

Prodotto T2.3.1

simulata utilizzando i dati di livello prodotti da modelli mareali a scala globale (OTIS) come condizioni al contorno al bordo aperto. Per quanto riguarda le forzanti meteorologiche verranno utilizzati i dati di vento, radiazione solare, temperatura superficiale, umidità relativa, piovosità, ecc. prodotti dal modello meteorologico SKIRON (Kallos et al., 1997). Mediante il set di modelli precedentemente descritti sarà possibile simulare i processi di trasporto e dispersione delle masse inquinanti nell'area di indagine della rada di Olbia. Per quanto riguarda il moto ondoso questo sarà simulato applicando il modello WWM su un dominio di calcolo esteso a tutta l'area interessata dai principali fetch dei venti che insistono sul tratto di costa d'interesse. Tale dominio, seppur più esteso rispetto al dominio del modello idrodinamico sarà caratterizzato dagli stessi elementi e nodi, sia in termini di numerazione che di posizione e forma, nell'area di intersezione tra il dominio idrodinamico e il dominio del modello d'onda. Questo approccio ha lo scopo di poter garantire l'interscambio di informazioni tra il modello WWM e il modello SHYFEM. Tale approccio è stato seguito con successo in precedenti lavori e studi modellistici in ambiti simili, quali il porto di Augusta, il porto di Pescara e il porto di Civitavecchia e con simili obiettivi (Figura 50)

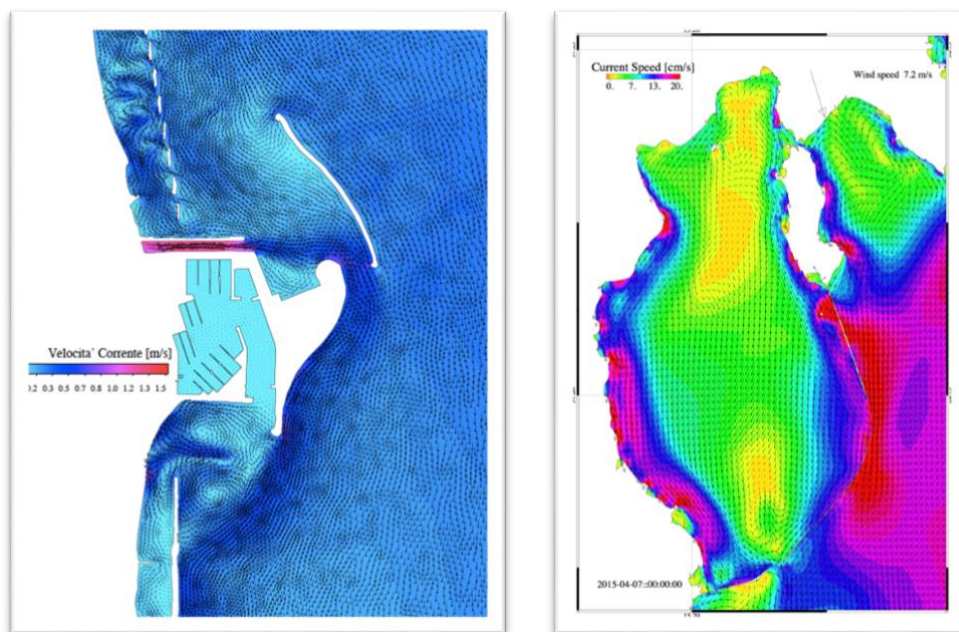


Figura 50: circolazione superficiale delle acque indotta dal vento e moto ondoso nel tratto costiero antistante la foce del fiume Pescara e adiacente porto (sn) e nella rada di Augusta (dx).

Nella fattispecie, sono state effettuate una serie di attività preliminari atte a verificare la fattività dell'approccio previsto nel caso di studio del porto di Olbia. È stata costruita una griglia di calcolo su cui sono stati effettuati alcuni test di

Prodotto T2.3.1

stabilità utilizzando condizioni forzanti costanti e omogenee. In figura 51 si riporta la geometria di uno dei domini utilizzati nei suddetti test di stabilità con annesso il dato batimetrico estrapolato da carte nautiche. Per questo test case si riportano i risultati ottenuti per la rada di Olbia relativi alla circolazione superficiale indotta da un vento di intensità e direzione costante (figura 52). Le simulazioni hanno messo in luce l'affidabilità ed efficienza dell'approccio proposto.

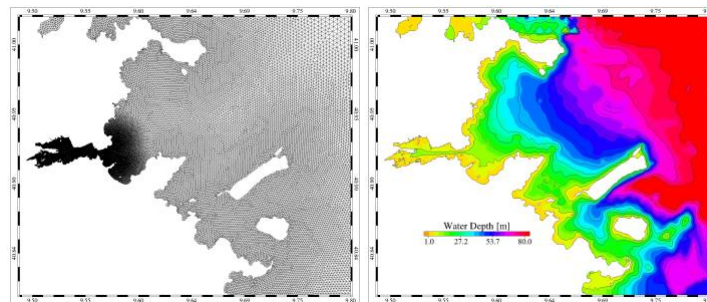


Figura 51: griglia di calcolo e batimetria utilizzata per testare l'approccio numerico basato sull'utilizzo del modello SHYFEM

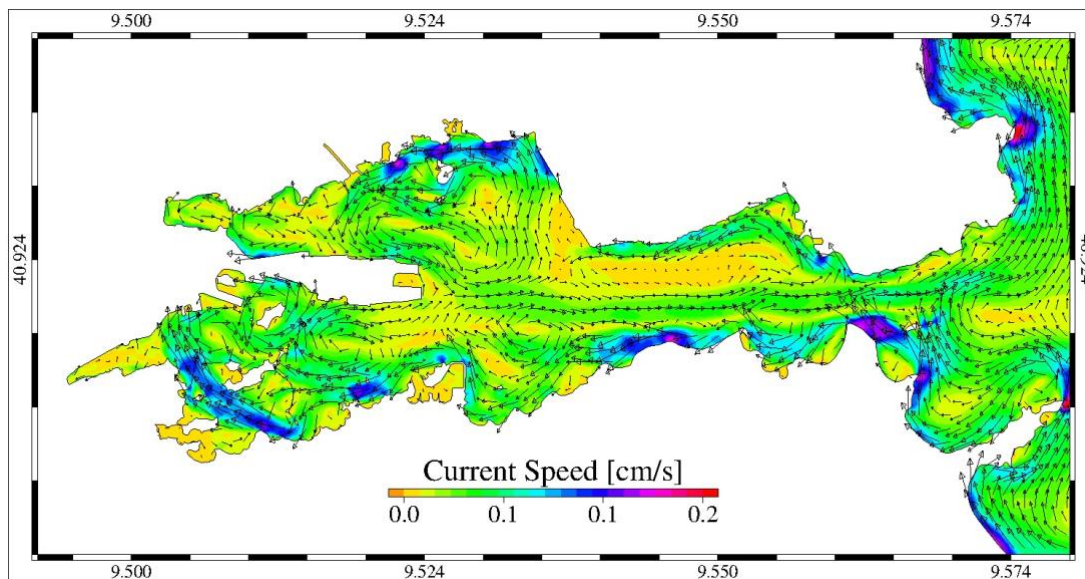


Figura 52: campo di velocità superficiale ottenuto da una test finalizzato a valutare la stabilità dell'applicazione numerica basata sul modello SHYFEM.

Bibliografia

- Burchard, H., Petersen, O., (1999). Models of turbulence in the marine environment a comparative study of two equation turbulence models. J. Marine Syst. 21, 29-53.
- Cucco, A. and Umgiesser, G., (2015). The Trapping Index: How to integrate the Eulerian and the Lagrangian approach for the computation of the transport time scales of semi-enclosed basins, Marine Pollut. Bull., 98, 210–220.
- Cucco, A., Quattrocchi, G., Olita, A., Fazioli, L., Ribotti, A., Sinerchia, M., ... Sorgente, R. (2016). Hydrodynamic modelling of coastal seas: The role of tidal dynamics in the Messina Strait, Western Mediterranean Sea. Natural Hazards and Earth System Sciences, 16, 1553–1569.
- Cucco, A., Quattrocchi, G., Olita, A., Fazioli, L., Ribotti, A., Sinerchia, M., ... Sorgente, R. (2016.) Hydrodynamic modelling of coastal seas: The role of tidal dynamics in the Messina Strait, Western Mediterranean Sea. Natural Hazards and Earth System Sciences, 16, 1553–1569.
- Cucco, A., Quattrocchi, G., Olita, A., Fazioli, L., Ribotti, A., Sinerchia, M., ... Sorgente, R. (2016). Hydrodynamic modelling of coastal seas: The role of tidal dynamics in the Messina Strait, Western Mediterranean Sea. Natural Hazards and Earth System Sciences, 16, 1553–1569.
- Cucco, A., Quattrocchi, G., Olita, A., Fazioli, L., Ribotti, A., Sinerchia, M., ... Sorgente, R. (2016). Hydrodynamic modelling of coastal seas: The role of tidal dynamics in the Messina Strait, Western Mediterranean Sea. Natural Hazards and Earth System Sciences, 16, 1553–1569
- Fazioli, L., Olita, A., Cucco, A., Tedesco, C., Ribotti, A., and Sorgente, R. (2016) Impact of different initialisation methods on the quality of the sea forecasts for the Sicily Channel, J. Operat. Oceanogr., doi:10.1080/1755876X.2015.1114804.
- Ferrarin, C., Roland, A., Bajo, M., Umgiesser, G., Cucco, A., Davolio, S., Buzzi, A., Malguzzi, P., Drofa, O., (2013). Tide-surge-wavemodelling and forecasting in the Mediterranean Sea with focus on the Italian coast. Ocean Model. 61, 38–48.

- Kallos, G., Nickovic, S., Papadopoulos, A., Jovic, D., Kakaliagou, O., Misirlis, N., Boukas, L., Mimikou, N., Sakellaridids, G., Papageorgiou, J., (1997). The regional weather forecasting system Skiron: an overview. In: Proceedings of the Symposium on Regional Weather Prediction on Parallel Computer Environments. Greece, Athens, pp. 109–122.
- Kantha, L.H., Clayson, C.A., (2000). Numerical models of oceans and oceanic processes. *Int. Geophys.* 66.
- Longuet-Higgins, M.S., Steward, R.W., (1964). Radiation stresses in water waves; a physical discussion with applications. *Deep-Sea Res.* 11, 529–562.
- Roland, A., Cucco, A., Ferrarin, C., Hsu, T.-W., Liao, J.-M., Ou, S.-H., Umgiesser, G., Zanke, U., (2009). On the development and verification of a 2d coupled wave-current model on unstructured meshes. *J. Marine Syst.* 78 (Supplement), S244–S254.
- Tolman, H.L., (1991). A third generation model for wind waves on slowly varying, unsteady and inhomogeneous depths and currents. *J. Phys. Oceanogr.* 21, 782–797.
- Umgiesser, G., Melaku Canu, D., Cucco, A., Solidoro, C., (2004). A finite element model for the Venice Lagoon. Development, set up, calibration and validation. *J. Marine Syst.* 51, 123–145.
- Xia, H., Xia, Z., Zhu, L., (2004). Vertical variation in radiation stress and wave-induced current. *Coastal Eng.* 51, 309–321.
- Bove, M. C., P. Brotto, F. Cassola, E. Cuccia, D. Massabò, A. Mazzino, A. Piazzalunga, and P. Prati, An integrated PM2.5 source apportionment study: Positive Matrix Factorization vs. the chemical transport model CAMx, *Atmos. Environ.*, 94, 474–286 (2014).
- Cassola, F., F. Ferrari, and A. Mazzino, Numerical simulations of Mediterranean heavy precipitation events with the {WRF} model: A verification exercise using different approaches, *Atmospheric Research*, 164-165, 210 – 225 (2015).
- Cassola, F., Ferrari, F., Mazzino, A., and Miglietta, M.M., *The role of the sea on the flash floods events over Liguria (northwestern Italy)*, *Geophysical Research Letters*, 43, 3534 – 3542, (2016).
- Chou, M. -D., and M. J., Suarez, An efficient thermal infrared radiation parameterization for use in general circulation models, *NASA Tech. Memo.*, 104606, 3–85 (1994).

- Environmental Modeling Center, The GFS atmospheric model, *NCEP Office Note 442*, National Oceanic and Atmospheric Administration (2003).
- Kain, J. S., The Kain-Fritsch convective parameterization: An update, *J. Appl. Meteor.*, 43, 170–181 (2004).
- Janjic, Z. I., Non singular implementation of the Mellor-Yamada level 2.5 scheme in the NCEP meso model, *Tech. Rep. 437*, NOAA Science Center (2002).
- Mlawer, E. J., S. J., Taubman, P. D., Brown, J. M. Iacono, and S. A., Clough, Radiative transfer for inhomogeneous atmosphere: RRTM, a validated correlated-k model for the long-wave, *J. Geophys. Res.*, 102, 16663–16682 (1997).
- Ooyama, K. V., A Thermodynamic foundation for modeling the moist atmosphere, *J. Atmos. Sci.*, 47, 2580–2593 (1990).
- Skamarock, W. C., J. B. Klemp, J. Dudhia, D. O. Gill, D. M. Barker, X. Z. Huang, W. Wang, and J. G. Powers, A description of the Advanced Research WRF Version 3, *Tech. rep.*, National Center for Atmospheric Research (2008).
- Thompson, G., R. M. Rasmussen, and K. Manning, Explicit forecasts of winter precipitation using an improved bulk microphysics scheme. Part I: Description and sensitivity analysis, *Mon. Wea. Rev.*, 132, 519–542 (2004).